	Amarela
01	B
02	E
03	A
04	A
05	A
06	E
07	A
08	B
09	D
10	D
11	D
12	D
13	B
14	C
15	B
16	E
17	C
18	C
19	E
20	C
21	B
22	D
23	C
24	A
25	C
26	A
27	E
28	A
29	B
30	D
31	E
32	B
33	E
34	C
35	D
36	B
37	E
38	A
39	C
40	D

GABARITO COMENTADO – Prova Amarela

01. Sejam:

i) r uma reta que passa pelo ponto $(\sqrt{3},-1)$.

ii) A e B respectivamente os pontos em que r corta os eixos x e y.

iii) C o ponto simétrico de B em relação à origem.

Se o triângulo ABC é equilátero, a equação da circunferência de centro A e raio igual à distância entre A e C é

a) $(x-\sqrt{3})^2+y^2=12$

b) $(x-2\sqrt{3})^2+y^2=16$

c) $(x-\sqrt{3})^2+y^2=16$

d) $(x-2\sqrt{3})^2+y^2=12$

e) $(x-3\sqrt{3})^2+y^2=12$

Solução:

Sejam $A(p,0)$ e $B(0,q)$, então a equação segmentária da reta r é $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$.

O ponto simétrico de B em relação à origem é $C(0,-q)$.

O triângulo ABC de vértices $A(p,0)$, $B(0,q)$ e $C(0,-q)$ tem lados dados por:

$\overline{BC}=|2q|$

$\overline{AB}=\overline{AC}=\sqrt{(p-0)^2+(0-q)^2}=\sqrt{p^2+q^2}$

Como o triângulo ABC é equilátero, então

$\sqrt{p^2+q^2}=|2q| \Rightarrow p^2+q^2=4q^2 \Leftrightarrow p^2=3q^2$. (I)

O ponto $(\sqrt{3},-1)\in r$, então $\frac{\sqrt{3}}{p}+\frac{(-1)}{q}=1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{p}=1+\frac{1}{q}$. (II)

$\Rightarrow \frac{3}{p^2}=1+\frac{2}{q}+\frac{1}{q^2}$ (III)

Substituindo (I) em (III), temos: $\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}q^2}=1+\frac{2}{q}+\frac{\cancel{1}}{\cancel{q^2}} \Leftrightarrow q=-2$.

Substituindo $q=-2$ em (II), vem: $\frac{\sqrt{3}}{p}=1+\frac{1}{(-2)}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow p=2\sqrt{3}$.

Assim, temos $A(2\sqrt{3},0)$ e $\overline{AC}=|2\cdot(-2)|=4$ e a equação da circunferência de centro A e raio igual à distância entre A e C será dada por $(x-2\sqrt{3})^2+y^2=16$.

Opção: B

02. Calculando-se $\lim\limits_{x \to 0^+} (\text{cotg}\, x)^{\text{sen}\, x}$, obtém-se

a) ∞
b) 0
c) e
d) -1
e) 1

Solução:

Seja $y = \lim\limits_{x \to 0^+} (\text{cotg}\, x)^{\text{sen}\, x} \Rightarrow \ln y = \lim\limits_{x \to 0^+} \ln(\text{cotg}\, x)^{\text{sen}\, x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \text{sen}\, x \cdot \ln(\text{cotg}\, x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\ln(\text{cotg}\, x)}{\text{cossec}\, x}$

O limite acima é do tipo $\dfrac{\infty}{\infty}$, então podemos aplicar o teorema de L'Hôpital. Assim,

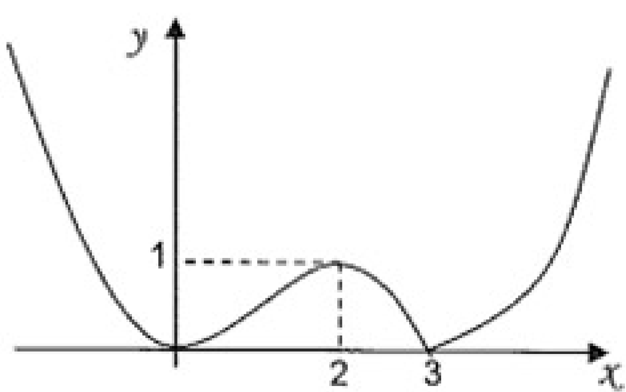
$$\ln y = \lim_{x \to 0^+} \frac{\dfrac{1}{\text{cotg}\, x} \cdot (-\text{cossec}^2\, x)}{-\text{cossec}\, x \cdot \text{cotg}\, x} = \lim_{x \to 0^+} \text{tg}^2\, x \cdot \text{cossec}\, x = \lim_{x \to 0^+} \frac{\text{sen}\, x}{\cos^2 x} = 0 \Leftrightarrow y = e^0 = 1$$

Opção: E

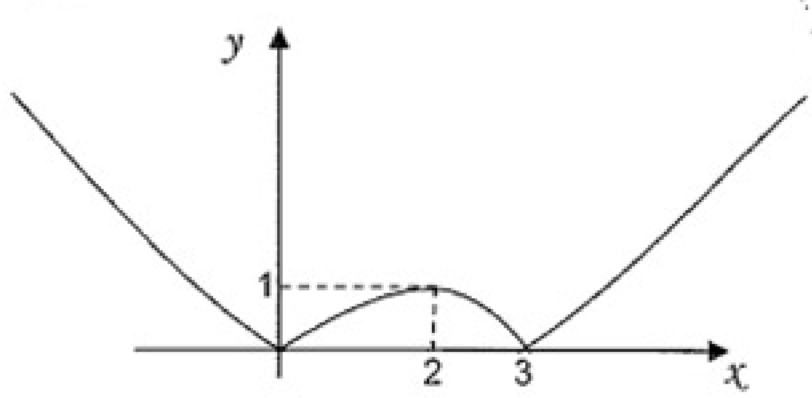
---

03. O gráfico que melhor representa a função real f, definida por $f(x) = \dfrac{1}{4}|x^3 - 3x^2|$ é

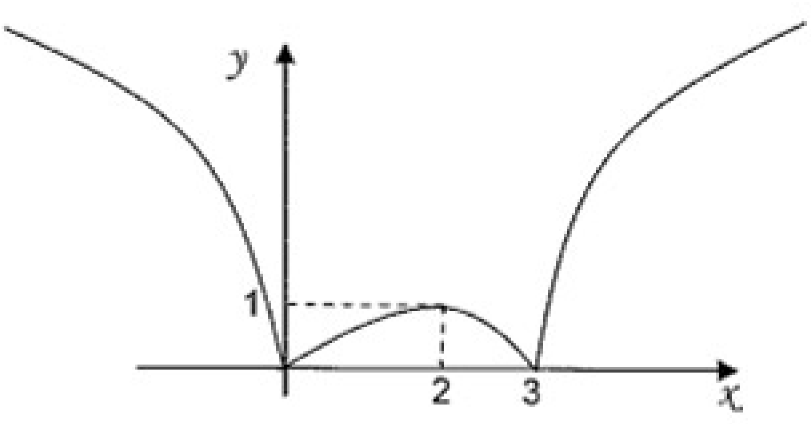
(A)



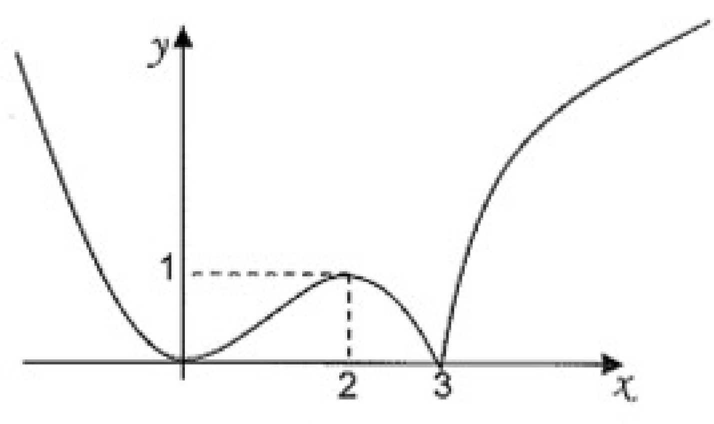
(B)



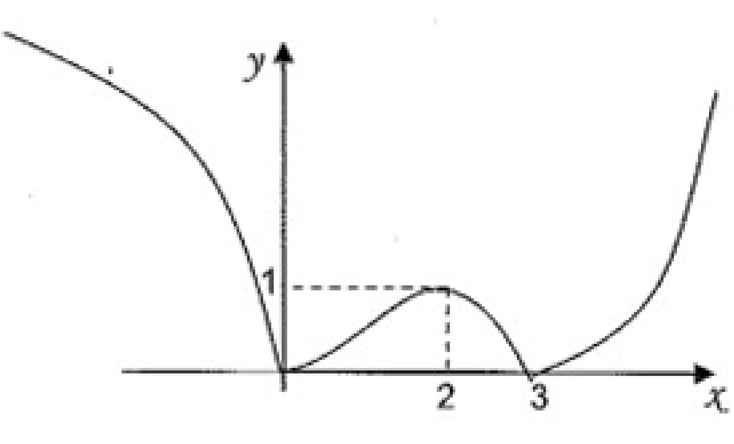
(C)



(D)



(E)



02. Calculando-se $\lim_{x \to 0^+} (\text{cotg}\, x)^{\text{sen}\, x}$, obtém-se

a) ∞
b) 0
c) e
d) -1
e) 1

Solução:

Seja $y = \lim_{x \to 0^+} (\text{cotg}\, x)^{\text{sen}\, x} \Rightarrow \ln y = \lim_{x \to 0^+} \ln (\text{cotg}\, x)^{\text{sen}\, x} = \lim_{x \to 0^+} \text{sen}\, x \cdot \ln(\text{cotg}\, x) = \lim_{x \to 0^+} \dfrac{\ln(\text{cotg}\, x)}{\text{cossec}\, x}$

O limite acima é do tipo $\dfrac{\infty}{\infty}$, então podemos aplicar o teorema de L'Hôpital. Assim,

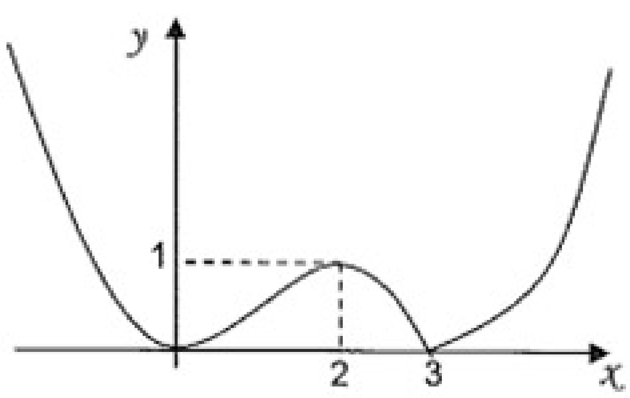
$$\ln y = \lim_{x \to 0^+} \frac{\dfrac{1}{\text{cotg}\, x} \cdot (-\text{cossec}^2 x)}{-\text{cossec}\, x \cdot \text{cotg}\, x} = \lim_{x \to 0^+} \text{tg}^2 x \cdot \text{cossec}\, x = \lim_{x \to 0^+} \frac{\text{sen}\, x}{\cos^2 x} = 0 \Leftrightarrow y = e^0 = 1$$

Opção: E

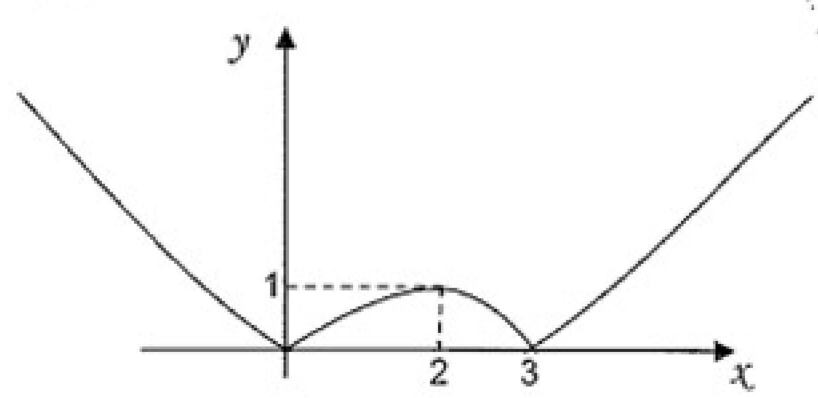
---

03. O gráfico que melhor representa a função real f, definida por $f(x) = \dfrac{1}{4}|x^3 - 3x^2|$ é

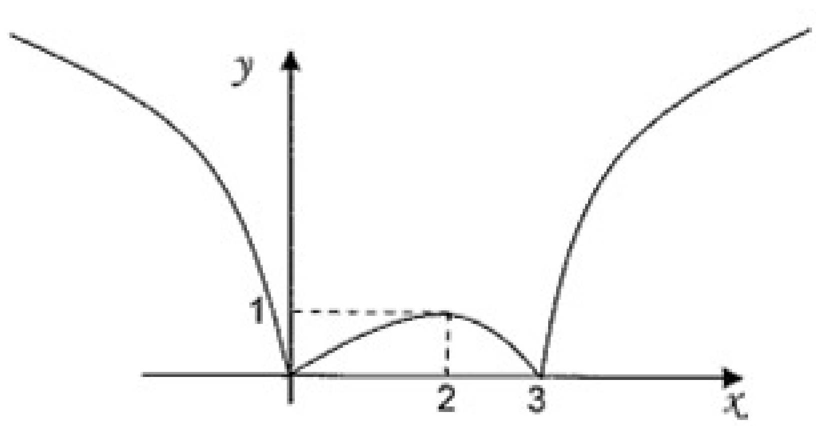
(A)



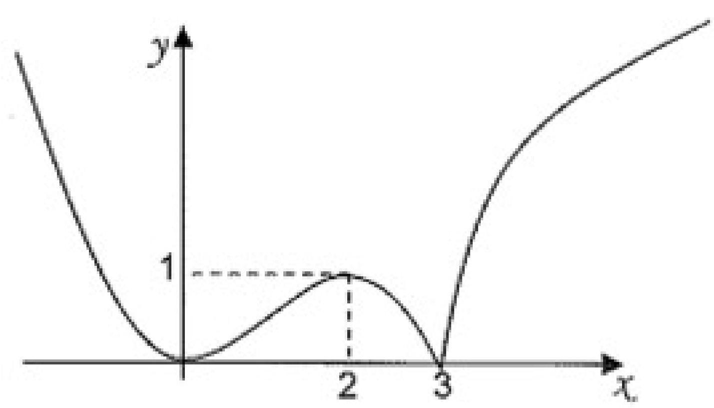
(B)



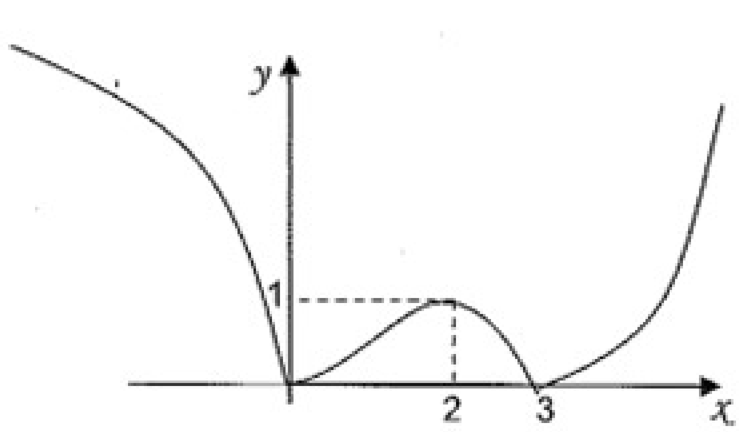
(C)



(D)



(E)



Solução:

Inicialmente vamos traçar o gráfico de $g(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 3x^2)$.

Raízes de $g(x)$: 0 (dupla) e 3.

$g'(x) = \frac{1}{4}(3x^2 - 6x)$

Raízes de $g'(x)$: 0 e 2

$g'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 0 \ \vee \ x > 2$: estritamente crescente

$g'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$: estritamente decrescente

$g''(x) = \frac{1}{4}(6x - 6)$

$g''(0) = -\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow (0,0)$ é um ponto de máximo local

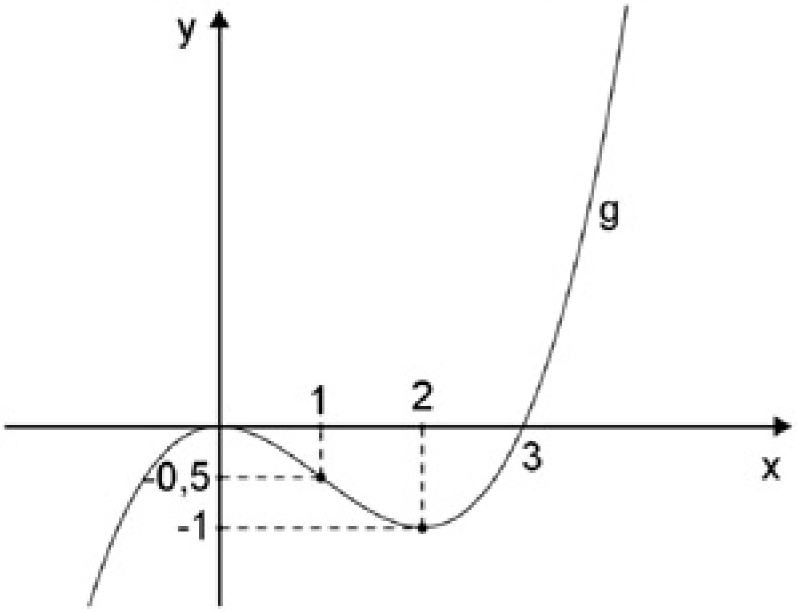
$g''(2) = \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow (2,-1)$ é um ponto de mínimo local

$g''(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$: concavidade voltada para cima

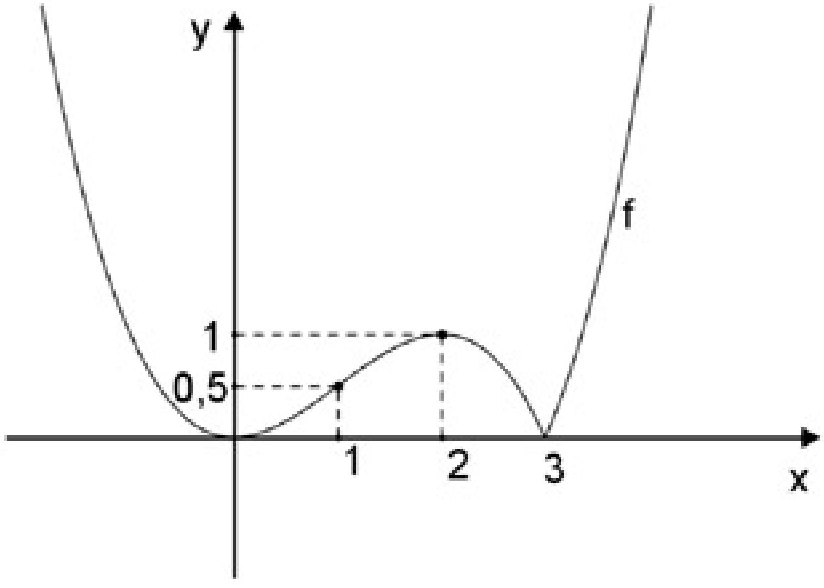
$g''(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1$: concavidade voltada para baixo

Assim, o ponto de abscissa 1 é um ponto de inflexão.

As informações acima permitem esboçar o gráfico de $g(x)$.



O gráfico de $f(x) = \frac{1}{4}|x^3 - 3x^2|$ pode ser obtido refletindo-se as partes de ordenada negativa do gráfico de $g(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 3x^2)$ em relação ao eixo Ox.



Opção: A

04. Qual o valor de $\int (\text{cossec}\,x \cdot \sec x)^{-2}\,dx$?

a) $\frac{1}{32}(4x - \text{sen}\,4x) + c$

b) $\frac{\text{sen}^5 x}{5} - \frac{\text{sen}^3 x}{3} + c$

c) $\frac{\text{sen}^3 x \cdot \cos^3 x}{9} + c$

d) $\frac{1}{16}(4x - \text{sen}\,4x) + c$

e) $\frac{1}{16}(4x + \text{sen}\,4x) + c$

Solução:

$$\int (\text{cossec}\,x \cdot \sec x)^{-2}\,dx = \int \frac{1}{\text{cossec}^2 x \sec^2 x}\,dx = \int \text{sen}^2 x \cos^2 x\,dx = \frac{1}{4}\int (2\,\text{sen}\,x \cos x)^2\,dx =$$

$$= \frac{1}{4}\int \text{sen}^2(2x)\,dx = \frac{1}{4}\int \frac{1 - \cos 4x}{2}\,dx = \frac{1}{8}\left(x - \frac{\text{sen}\,4x}{4}\right) + c = \frac{1}{32}(4x - \text{sen}\,4x) + c$$

Opção: A

---

05. Em que ponto da curva $y^2 = 2x^3$ a reta tangente é perpendicular à reta de equação $4x - 3y + 2 = 0$?

a) $\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right)$

b) $\left(\frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{16}\right)$

c) $\left(1, -\sqrt{2}\right)$

d) $(2, -4)$

e) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

Solução:

O coeficiente angular da reta de equação $4x - 3y + 2 = 0$ é $m = \frac{4}{3}$.

Para que a reta tangente à curva $y^2 = 2x^3$ seja perpendicular à reta $4x - 3y + 2 = 0$, essa tangente deve possuir coeficiente angular $-\frac{1}{m} = -\frac{3}{4}$, ou seja, a derivada da curva no ponto buscado deve ser igual a $-\frac{3}{4}$.

$$y^2 = 2x^3 \Rightarrow 2y \cdot y' = 6x^2 \Leftrightarrow y' = \frac{3x^2}{y}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y' = \frac{3x^2}{y} = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow 4x^2 = -y \\ y^2 = 2x^3 \Rightarrow \left(-4x^2\right)^2 = 2x^3 \Leftrightarrow 16x^4 = 2x^3 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (não convém)} \vee x = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$x = \frac{1}{8} \Rightarrow y = -4x^2 = -4 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 = -\frac{1}{16}$

Logo, o ponto procurado é $\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right)$.

Opção: A.

---

06. Considere S, a soma das raízes da equação trigonométrica $4\,\text{sen}^3 x - 5\,\text{sen}\,x - 4\cos^3 x + 5\cos x = 0$, no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Qual o valor de $\text{tg}\,S + \text{cossec}\,2S$?

a) 2
b) 1
c) 0
d) -1
e) -2

Solução:

$4\,\text{sen}^3 x - 5\,\text{sen}\,x - 4\cos^3 x + 5\cos x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4(\text{sen}\,x - \cos x)(\text{sen}^2 x + \text{sen}\,x\cos x + \cos^2 x) - 5(\text{sen}\,x - \cos x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\text{sen}\,x - \cos x)[4(1 + \text{sen}\,x\cos x) - 5] = 0 \Leftrightarrow (\text{sen}\,x - \cos x)(2\,\text{sen}\,2x - 1) = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} \text{sen}\,x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \text{sen}\,x = \cos x \Leftrightarrow \text{tg}\,x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \\ \vee \\ 2\,\text{sen}\,2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \text{sen}\,2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{6} \;\vee\; 2x = \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} \;\vee\; x = \frac{5\pi}{12} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow S = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \text{tg}\,S + \text{cossec}\,2S = \text{tg}\frac{3\pi}{4} + \text{cossec}\frac{3\pi}{2} = (-1) + (-1) = -2$

Opção: E

---

07. Considere x, y, z e a números reais positivos, tais que seus logaritmos numa dada base a, são números primos satisfazendo as igualdades $\begin{cases} \log_a(axy) = 50 \\ \log_a \sqrt{\frac{x}{z}} = 22 \end{cases}$. Podemos afirmar que $\sqrt{\log_a(xyz) + 12}$ vale:

a) 8
b) $\sqrt{56}$
c) $\sqrt{58}$
d) 11
e) 12

Solução:

$$\begin{cases} \log_a(axy) = 50 \\ \log_a \sqrt{\frac{x}{z}} = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a a + \log_a x + \log_a y = 50 \\ \frac{1}{2}(\log_a x - \log_a z) = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{(I) } \log_a x + \log_a y = 49 \\ \text{(II) } \log_a x - \log_a z = 44 \end{cases}$$

Como $\log_a x, \log_a y$ e $\log_a z$ são números primos,

da equação (II) temos que $\log_a x$ e $\log_a z$ são ímpares logo de (I) temos que $\log_a y$ é par,

então $\log_a y = 2 \Rightarrow \begin{cases} \log_a x = 47 \\ \log_a z = 3 \end{cases}$

Portanto, $\sqrt{\log_a(xyz)+12} = \sqrt{\log_a x + \log_a y + \log_a z + 12} = \sqrt{47+2+3+12} = 8$

Opção: A

---

08. Sendo x e y números reais, a soma de todos os valores de x e de y, que satisfazem ao sistema $\begin{cases} x^y = \dfrac{1}{y^2} \\ y^x = \dfrac{1}{\sqrt{x}} \end{cases}$, vale

a) $\frac{36}{5}$ b) $\frac{9}{2}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{25}{4}$ e) $-\frac{1}{2}$

Solução:

$\frac{1}{\sqrt{x}} \in \mathbb{R} \Rightarrow x > 0$

$x^y = \frac{1}{y^2} \Leftrightarrow x^y = y^{-2} \Rightarrow x = y^{-2/y}$

$y^x = \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow y^x = x^{-1/2} \Leftrightarrow y^{\left(y^{-2/y}\right)} = \left(y^{-2/y}\right)^{-1/2} = y^{1/y}$

$\Leftrightarrow y = 1 \ \vee \left(y^{-2/y} = \frac{1}{y} = y^{-1} \Leftrightarrow -\frac{2}{y} = -1 \Leftrightarrow y = 2\right)$

$y = 1 \Rightarrow x = y^{-2/y} = 1^{-2/1} = 1$

$y = 2 \Rightarrow x = y^{-2/y} = 2^{-2/2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow S = \left\{(1,1);\left(\frac{1}{2},2\right)\right\}$

Assim, a soma de todos os valores de x e de y, que satisfazem ao sistema, é

$1+1+\frac{1}{2}+2 = \frac{9}{2}$.

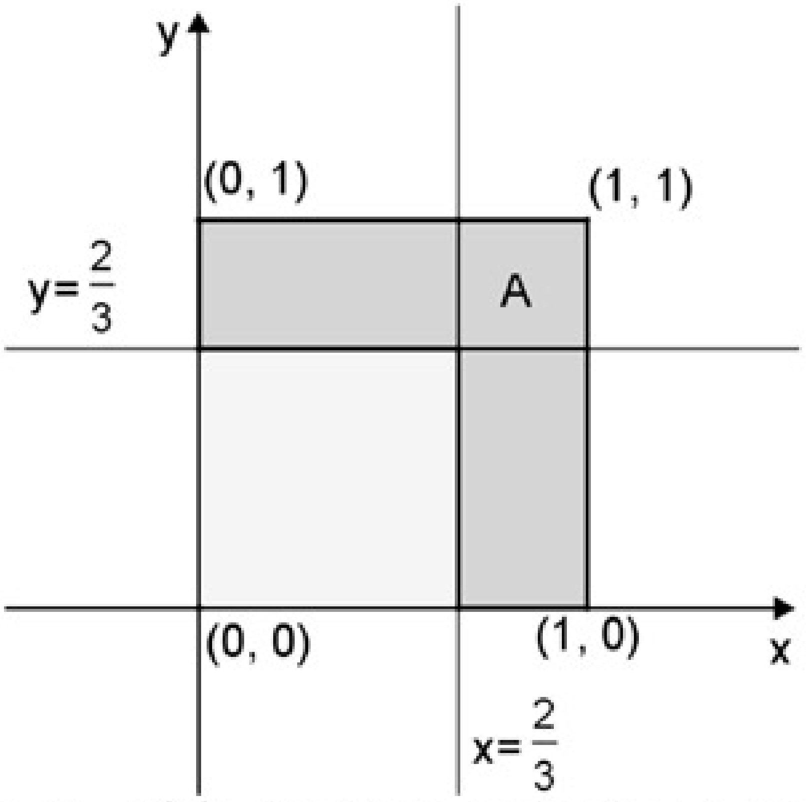
Opção: B

---

09. Considere um quadrado de vértices em $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ e $(1,1)$. Suponha que a probabilidade de uma região A, contida no quadrado, seja a área desta região. Considere a região $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ x \geq \frac{2}{3} \text{ ou } y \geq \frac{2}{3}\right\}$. A probabilidade do evento A ocorrer é

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{9}$

Solução:



A probabilidade do evento A, $p(A)$, é a área da região A interior ao quadrado, $S(A)$, sombreada na figura.

$\Rightarrow p(A) = S(A) = 1^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$.

Observe que o examinador define a probabilidade de uma região A contida no quadrado. A região que ele apresenta não está contida no quadrado, de forma que sua probabilidade não foi claramente definida no enunciado. Para a resolução da questão, consideramos que a probabilidade de A seria a interseção da área A com a área do quadrado, ou seja, a parte da área A contida no quadrado.

Opção: D

---

10. Sejam f e g funções cujo domínio é o conjunto $D = \{n \in \mathbb{N} \ / \ n \geq 3\}$ onde n representa o número de lados de um polígono regular. As funções f e g associam respectivamente para cada $n \in D$, as medidas dos ângulos interno e externo do mesmo polígono. É correto afirmar que:

a) $f(n) < g(n)$ se e somente se $(n-1)! = n! - (n-1)!$.

b) Se $f(n) = g(n)$ então o polígono considerado é um triângulo equilátero.

c) $\log_2\left(\frac{f(n)}{g(n)}\right) = 1 - \log_2(n-2)$ para todo n ou $g(10) = 2f(10)$.

d) f é injetora e $\text{sen}(f(n) + g(n)) = 0$.

e) $(gof)(n)$ está sempre definida.

Solução:

$f(n) = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$ $\qquad$ $g(n) = \frac{360^\circ}{n}$

a) **INCORRETA**

$f(n) < g(n) \Leftrightarrow \frac{180^\circ(n-2)}{n} < \frac{360^\circ}{n} \Leftrightarrow n - 2 < 2 \Leftrightarrow n < 4 \Rightarrow n = 3$

$(n-1)! = n! - (n-1)! \Leftrightarrow 2(n-1)! = n \cdot (n-1)! \Leftrightarrow n = 2$

b) **INCORRETA**

$$f(n) = g(n) \Leftrightarrow \frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{360^\circ}{n} \Leftrightarrow n-2 = 2 \Leftrightarrow n = 4$$

Logo, o polígono é um quadrado.

c) **INCORRETA**

$$\log_2\left(\frac{f(n)}{g(n)}\right) = \log_2\left(\frac{\frac{180^\circ(n-2)}{n}}{\frac{360^\circ}{n}}\right) = \log_2\left(\frac{n-2}{2}\right) = \log_2(n-2) - \log_2 2 = \log_2(n-2) - 1 \ \text{(F)}$$

$$\frac{g(n)}{f(n)} = \frac{\frac{360^\circ}{n}}{\frac{180^\circ(n-2)}{n}} = \frac{2}{n-2} \Rightarrow \frac{g(10)}{f(10)} = \frac{2}{10-2} = \frac{1}{4} \ \text{(F)}$$

d) **CORRETA**

$$f(n_1) = f(n_2) \Leftrightarrow \frac{180^\circ(n_1-2)}{n_1} = \frac{180^\circ(n_2-2)}{n_2} \Leftrightarrow n_1n_2 - 2n_2 = n_1n_2 - 2n_1 \Leftrightarrow n_1 = n_2$$

$\Rightarrow f$ é uma função injetora.

$\operatorname{sen}(f(n) + g(n)) = \operatorname{sen}180^\circ = 0$

e) **INCORRETA**

A função $(gof)(n) = g(f(n))$ somente estará definida quando $f(n) \in D = \{n \in \mathbb{N} \,/\, n \geq 3\}$, ou seja, $f(n)$ deve ser um número inteiro maior ou igual a 3. Entretanto, $f(n)$ não é sempre um número inteiro. Veja o contra-exemplo: $f(7) = \frac{180^\circ(7-2)}{7} = 128\frac{4}{7}^\circ$.

Opção: D

---

11. O aspirante João Paulo possui, em mãos, R\$ 36,00 em moedas de 5, 10, 25 e 50 centavos. Aumentando-se em 30% a quantidade de moedas de 10, 25 e 50 centavos, o aspirante passou a ter R\$ 46,65. Quando o aumento da quantidade de moedas de 5, 10 e 25 centavos foi de 50%, o aspirante passou a ter R\$ 44,00 em mãos. Considerando o exposto acima, a quantidade mínima de moedas de 50 centavos que o aspirante passou a ter em mãos é

a) 10
b) 20
c) 30
d) 40
e) 50

Solução:

Sejam x, y, z e w as quantidades originais de moedas de 5, 10, 25 e 50 centavos, respectivamente.

$$\begin{cases} 5x + 10y + 25z + 50w = 3600 \\ 5x + 10\cdot 1,3y + 25\cdot 1,3z + 50\cdot 1,3w = 4665 \\ 5\cdot 1,5x + 10\cdot 1,5y + 25\cdot 1,5z + 50w = 4400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 10y + 25z + 50w = 3600 \\ 5x + 13y + 32,5z + 65w = 4665 \quad (L2 - 1,3L1) \\ 7,5x + 15y + 37,5z + 50w = 4400 \quad (L3 - 1,5L1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 10y + 25z + 50w = 3600 \\ -1,5x = -15 \Leftrightarrow x = 10 \\ -25w = -1000 \Leftrightarrow w = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 5z = 310 \\ x = 10 \\ w = 40 \end{cases}$$

Logo, a quantidade mínima de moedas de 50 centavos que o aspirante passou a ter em mãos é 40.

Note que, como o examinador se referiu à "quantidade mínima de moedas de 50 centavos que o aspirante passou a ter em mãos", seria razoável interpretar que essa quantidade mínima seria a após o aumento de 30%, ou seja, $40 \cdot 1,3 = 52$, que não aparece nas alternativas. Optou-se por apresentar como resposta a quantidade original de moedas de 50 centavos, que seria, dentre as três situações apresentadas, aquela em que o aspirante teve em mãos a menor quantidade de moedas desse valor.

Opção: D

---

12. A matriz quadrada A, de ordem 3, cujos elementos a_{ij} são números reais, é definida por $a_{ij} = \begin{cases} i! - j! & \text{se } i > j \\ \cos\left(\dfrac{\pi}{j}\right) & \text{se } i \le j \end{cases}$. É correto afirmar que:

a) A não é inversível.
b) O determinante da matriz A^2 vale 8.
c) O sistema linear homogêneo $AX = 0$, onde $X = (x_{ij})_{3\times 1}$ e $0 = (o_{ij})_{3\times 1}$ é possível e indeterminado.
d) $\log_2\left(\sum_{i=1}^{3} a_{i2}\right) + \sum_{j=1}^{3} \log_2(a_{j3}) = -1$.
e) Nenhuma das linhas de A^T forma uma P.A. e nenhuma das colunas de A forma uma P.G..

Solução:
Calculemos os elementos da matriz A,

$a_{11} = \cos\pi = -1,\ a_{12} = \cos\dfrac{\pi}{2} = 0,\ a_{13} = \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$

$a_{21} = 2! - 1! = 1,\ a_{22} = \cos\dfrac{\pi}{2} = 0,\ a_{23} = \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$

$a_{31} = 3! - 1! = 5,\ a_{32} = 3! - 2! = 4,\ a_{33} = \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$.

Portanto, a matriz A será dada por $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1/2 \\ 2 & 0 & 1/2 \\ 5 & 4 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Vejamos agora cada um dos itens do problema.

a) **(FALSO)** $\det A = 6 \ne 0$, portanto A é inversível.
b) **(FALSO)** $\det A^2 = (\det A)^2 = 36$.
c) **(FALSO)** $\det A \ne 0$ e, portanto, pela regra de Cramer, o sistema $AX = 0$ é possível e determinado.
d) **(VERDADEIRO)**

$\log_2(a_{12}+a_{22}+a_{32}) = \log_2 4 = 2$ e

$\log_2 a_{13} + \log_2 a_{23} + \log_2 a_{33} = \log_2(a_{13}.a_{23}.a_{33}) = \log_2(1/8) = -3$, logo

$\log_2\left(\sum_{i=1}^{3} a_{i2}\right) + \sum_{j=1}^{3} \log_2\left(a_{j3}\right) = -1$.

e) **(FALSO)** A terceira coluna de A forma uma PG de razão 1 e primeiro termo $\frac{1}{2}$.

Opção: D

---

13. A taxa de depreciação $\frac{dV}{dt}$ de determinada máquina é inversamente proporcional ao quadrado de $t+1$, onde V é o valor, em reais, da máquina t anos depois de ter sido comprada. Se a máquina foi comprada por R\$ 500.000,00 e seu valor decresceu R\$ 100.000,00 no primeiro ano, qual o valor estimado da máquina após 4 anos?

a) R\$ 350.000,00
b) R\$ 340.000,00
c) R\$ 260.000,00
d) R\$ 250.000,00
e) R\$ 140.000,00

Solução:

$$\frac{dV}{dt} = k.\frac{1}{(t+1)^2} \Rightarrow \int_0^t \frac{dV}{ds}ds = k\int_0^t \frac{1}{(s+1)^2}ds \Rightarrow V(t) - V(0) = -k(s+1)^{-1}\Big|_0^t \Rightarrow V(t) - V(0) = k\frac{t}{t+1}$$

Como o valor decresceu R\$ 100.000,00 no primeiro ano, então

$-100.000 = V(1) - V(0) = k.\frac{1}{2} \Rightarrow k = -200.000$.

Portanto, tomando $V(0) = 500.000$ e $t = 4$ teremos $V(4) = 340.000$.

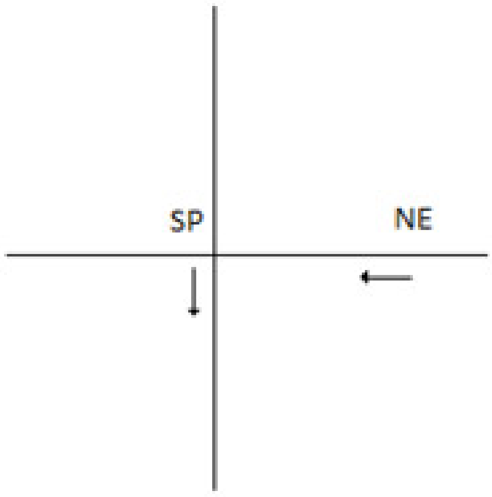
Opção: B

---

14. Ao meio dia, o navio NE-Brasil encontra-se a 100 km a leste do navio Aeródromo São Paulo. O NE-Brasil navega para oeste com a velocidade de 12 km / h e o São Paulo para o sul a 10 km / h. Em que instante, aproximadamente, os navios estarão mais próximos um do outro?

a) 5,3 h
b) 5,1 h
c) 4,9 h
d) 4,4 h
e) 4,1 h

Solução:
Considerando os eixos coordenados da figura abaixo,



A posição do navio NE-Brasil após um tempo t (em horas) será dada por $x = 100 - 12t$ e a posição do navio Aeródromo São Paulo é dada por $y = -10t$.
Desta forma, o quadrado da distância entre eles será dado por:
$(100 - 12t)^2 + (-10t)^2 = 244t^2 - 2400t + 10000$
O valor mínimo do quadrado da distância ocorrerá quando $t = -\dfrac{-2400}{2.244} \simeq 4,9\text{h}$.
Obviamente, quando o quadrado da distância atinge seu mínimo, a própria distância também atinge o mínimo.

Opção: C

---

15. Sendo $i = \sqrt{-1}$, $n \in \mathbb{N}$, $z = \{i^{8n-5} + i^{4n-8}\}^3 + 2i$ e $P(x) = -2x^3 + x^2 - 5x + 11$ um polinômio sobre o conjunto dos números complexos, então $P(z)$ vale
a) $-167 + 4i$
b) $41 + 0i$
c) $-167 - 4i$
d) $41 + 2i$
e) $0 + 4i$

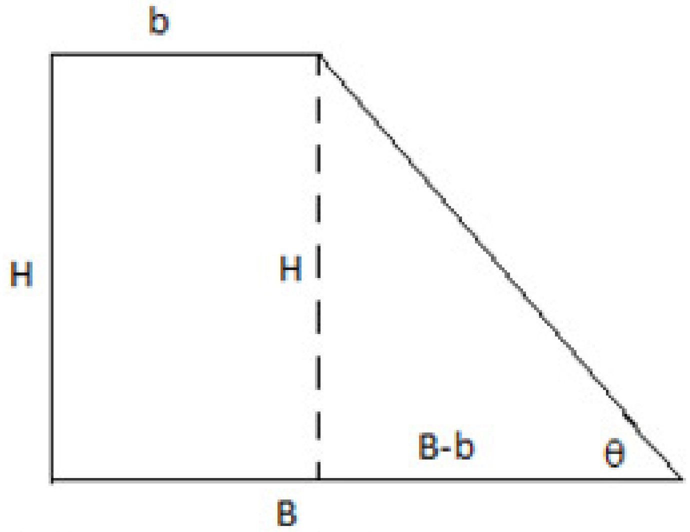
Solução:
$$z = \left(i^{8n-5} + i^{4n-8}\right)^3 + 2i = \left(\frac{i^{8n}}{i^5} + \frac{i^{4n}}{i^8}\right)^3 + 2i = \left(\frac{1}{i} + 1\right)^3 + 2i = (1 - i)^3 + 2i = -2$$
$$\Rightarrow P(z) = P(-2) = -2(-2)^3 + (-2)^2 - 5(-2) + 11 = 41 + 0 \cdot i.$$

Opção: B

---

16. As bases de um tronco de pirâmide triangular regular têm de perímetro, respectivamente, $54\sqrt{3}$ m e $90\sqrt{3}$ m. Se θ é o ângulo formado pela base maior com cada uma das faces laterais e a altura do tronco medindo $6\sqrt{3}$ m, então $tg^2\,\theta$ vale
a) $\dfrac{1}{3}$
b) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
c) 1
d) $\sqrt{3}$
e) 3

Solução:
Considerando o corte formado pelos dois centros das bases e os pés das alturas de cada base teremos a figura abaixo,



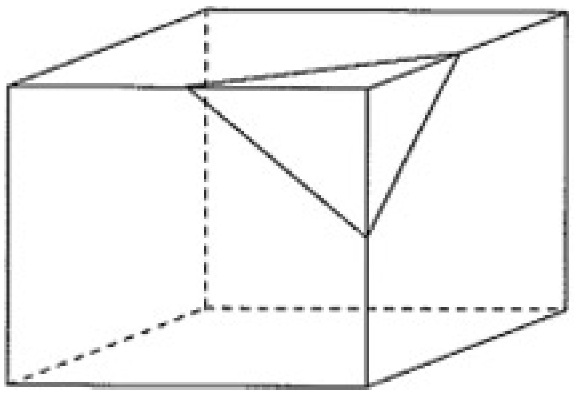
onde, H é a altura do tronco, b é um terço da altura da base menor, B é um terço da altura da base maior e θ é o ângulo entre a base maior e a face lateral.
Como a pirâmide que gera o tronco é regular, então os triângulos das bases são equiláteros de lados $3p = 54\sqrt{3} \Rightarrow p = 18\sqrt{3}$ e $3q = 90\sqrt{3} \Rightarrow q = 30\sqrt{3}$.

Assim, $b = 9$, $B = 15$ e $H = 6\sqrt{3}$, o que nos dá $tg\theta = \dfrac{6\sqrt{3}}{15-9} = \sqrt{3} \Rightarrow tg^2\theta = 3$.

Opção: E

---

17. Considere um cubo maciço de aresta $a = 2\text{ cm}$. Em cada canto do cubo, corte um tetraedro, de modo que este tenha um vértice no respectivo vértice do cubo e os outros vértices situados nos pontos médios das arestas adjacentes, conforme ilustra a figura abaixo. A soma dos volumes desses tetraedros é equivalente ao volume de uma esfera, cuja área da superfície, em cm^2, mede



a) $4\sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$
b) 4π
c) $4\sqrt[3]{\pi}$
d) $4\pi(\pi+1)$
e) $4\pi\sqrt[3]{\pi^2}$

Solução:
De acordo com o enunciado, cada tetraedro formado será tri-retângulo de aresta igual a 1 cm, cujo volume é $\dfrac{1}{6}$. Sendo assim, o volume total dos 8 tetraedros obtidos será $\dfrac{4}{3}$.
Desta forma, a esfera equivalente (mesmo volume) a esses 8 tetraedros terá o raio dado por, $\dfrac{4}{3} = \dfrac{4\pi}{3}R^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$. E, portanto, a área da mesma será $4\pi R^2 = 4\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}\right) = 4\sqrt[3]{\pi}$.

Opção: C

18. Três números inteiros estão em P.G.. A soma destes números vale 13 e a soma dos seus quadrados vale 91. Chamando de n o termo do meio desta P.G., quantas comissões de n elementos, a Escola Naval pode formar com 28 professores do Centro Técnico Científico?

a) 2276
b) 3176
c) 3276
d) 19656
e) 19556

Solução:

Sejam (x, xq, xq^2) os números inteiros em PG, então

$$\begin{cases} x + xq + xq^2 = 13 \\ x^2 + x^2q^2 + x^2q^4 = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\left(\dfrac{q^3-1}{q-1}\right) = 13 \\ x^2\left(\dfrac{q^6-1}{q^2-1}\right) = 91 \end{cases}.$$

Primeiramente, notemos que $q \neq \pm 1$, pois caso contrário, na segunda equação, x não será inteiro.

Dividindo a segunda equação do sistema pelo quadrado da primeira teremos:

$$\frac{13}{7} = \left(\frac{q^3-1}{q-1}\right)^2\left(\frac{q^2-1}{q^6-1}\right) \Leftrightarrow \frac{13}{7} = \frac{q^3-1}{q-1} \cdot \frac{q+1}{q^3+1} \Leftrightarrow \frac{13}{7} = \frac{q^2+q+1}{q^2-q+1}$$

$$\Leftrightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Leftrightarrow q = 3 \ \vee \ q = \frac{1}{3}$$

Para $q = 3$, teremos, na primeira equação do sistema, $x = 1$ e isso gera a sequência $(1,3,9)$.

Fazendo $q = \frac{1}{3}$, geraremos a sequência $(9,3,1)$.

Em qualquer dos casos, $n = 3$ e o número de comissões com 3 elementos que podemos ser formadas com um grupo de 28 professores é $C_{28}^3 = 3276$.

Opção: C

---

19. A área da região interior à curva $x^2 + y^2 - 6y - 25 = 0$ e exterior à região definida pelo sistema de inequações $\begin{cases} 3x + 5y - 15 \leq 0 \\ 2x + 5y - 10 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ vale

a) $\dfrac{72\pi - 5}{2}$

b) $\dfrac{68\pi - 15}{2}$

c) 68π

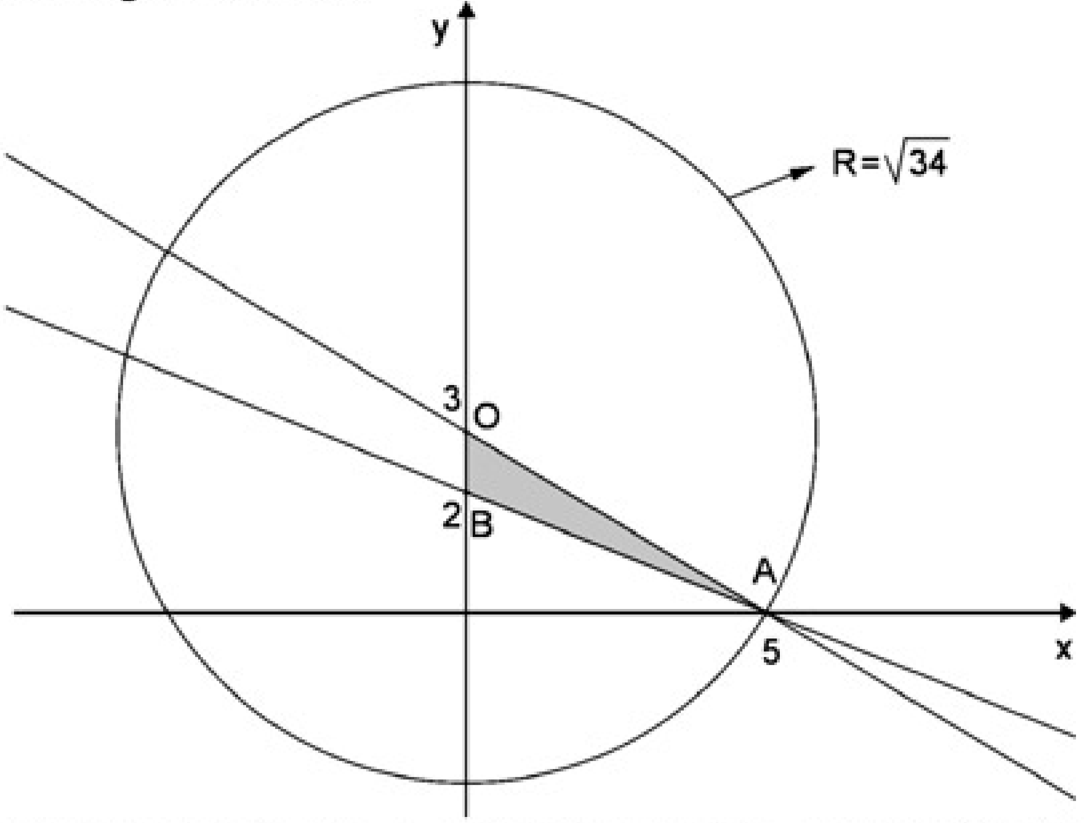
d) $\dfrac{72\pi - 3}{2}$

e) $\dfrac{68\pi - 5}{2}$

Solução:

A região delimitada pelas inequações é a interseção de 3 semiplanos. Dada uma reta, para determinarmos qual dos dois semiplanos corresponde a solução basta analisarmos um ponto fora dela.

Primeiramente, $x^2 + y^2 - 6y - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-3)^2 = 34$, ou seja, temos um círculo de centro (0,3) e raio $\sqrt{34}$. A circunferência e a região determinada pelo sistema inequações estão representadas na figura abaixo.



Portanto, a região interior ao círculo e exterior a região escura (região determinada pelo sistema) é dada por $34\pi - \frac{(3-2)\cdot 5}{2} = \frac{68\pi - 5}{2}$.

Opção: E

---

20. Se $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5 \in \mathbb{R}^3$, $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{0}$, $\|\vec{v}_1\| = 2$, $\|\vec{v}_2\| = \sqrt{3}$, $\|\vec{v}_3\| = \sqrt{5}$, $\lambda = \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_3$ e θ o ângulo formado pelos vetores $\vec{v}_4 = (5, \lambda, -7)$ e $\vec{v}_5 = (1, -2, -3)$, então a área do paralelogramo formado, cujas arestas são representantes de $\vec{v}_4$ e $\vec{v}_5$, vale

a) $4\sqrt{3}$

b) $\sqrt{6}$

c) $4\sqrt{6}$

d) $2\sqrt{3}$

e) 4

Solução:

$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{0} \Rightarrow (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3) \cdot (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \|\vec{v}_1\|^2 + \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_3 + \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1 + \|\vec{v}_2\|^2 + \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_3 + \vec{v}_3 \cdot \vec{v}_1 + \vec{v}_3 \cdot \vec{v}_2 + \|\vec{v}_3\|^2 = 0$

$\Leftrightarrow 2^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_3 + \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_3) = 0 \Leftrightarrow 2\lambda = -12 \Leftrightarrow \lambda = -6$

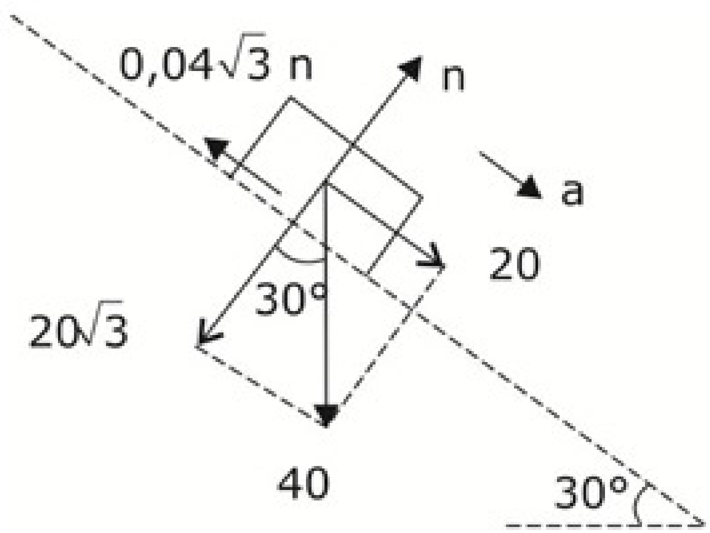
Desta forma, $\vec{v}_4 = (5, -6, -7)$ e a área do paralelogramo gerado por $\vec{v}_4$ e $\vec{v}_5$ será dada pelo módulo do produto vetorial desses vetores.

$$\vec{v}_4 \times \vec{v}_5 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & -6 & -7 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} = (4,8,-4) \Rightarrow S = \left|\vec{v}_4 \times \vec{v}_5\right| = \sqrt{4^2 + 8^2 + (-4)^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

Opção: C

---

21. Com a massa de areia reduzida a zero teremos:

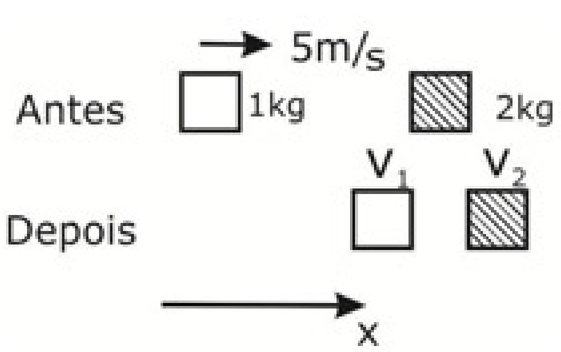


$$\begin{cases} 20 - 0,04\sqrt{3}\ m = 4a \\ m = 20\sqrt{3} \end{cases}$$

$$20 - 0,04\sqrt{3}\ .\ 20\sqrt{3} = 4a$$
$$2 - -0,8.3 = 4a$$
$$a = 5 - 0,6$$
$$a = 4,4 m/s^2$$

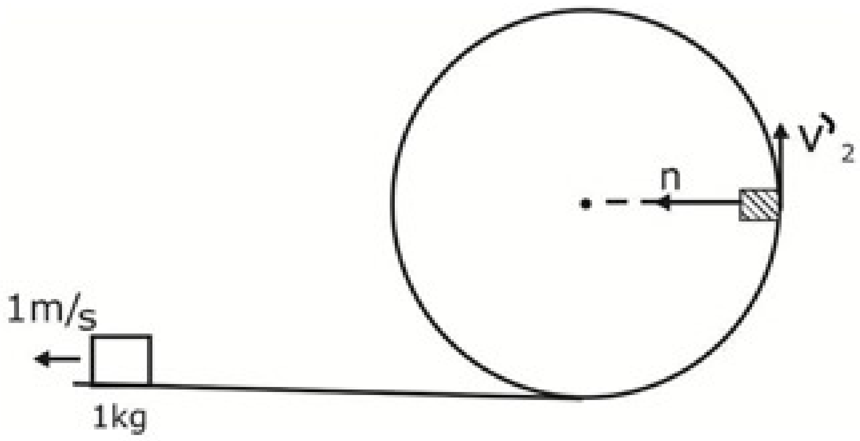
Opção: B

22.



$$\begin{cases} 1,5 = 1.v_1 + 2v_2 \\ 0,8 = -\left(\dfrac{v_1 - v_2}{5 - 0}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} 5 = v_1 + 2v_2 \\ 4 = -v_1 + v_2 \\ \hline 9 = 3v_2 \Rightarrow \boxed{v_2 = 3m/s} \end{array}$$

Logo, $4 = -v_1 + 3 \Rightarrow v_1 = 3 - 4 \Rightarrow \boxed{v_1 \Rightarrow -1m/s}$

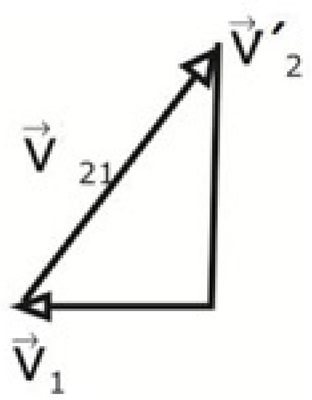


$$\left.\begin{array}{l} n = m_2 \dfrac{(v')^2}{R} \\ n \ = m_2\ g \end{array}\right\} \dfrac{v'^2}{R} = g \Rightarrow \boxed{v'^2 = Rg}$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 + m_2\, gr$$

$$9 = v'^2_2 + 2gR \Leftrightarrow 9 = gR + 2gR \Leftrightarrow 9 = 3gR \Leftrightarrow \boxed{gR = 3}$$

$$v'^2_2 = 3 \Rightarrow \boxed{v'_2 = \sqrt{3}}$$



$$\vec{v}_1 = -\vec{i}$$

$$\vec{v}_2 = \sqrt{3}\ \vec{j}$$

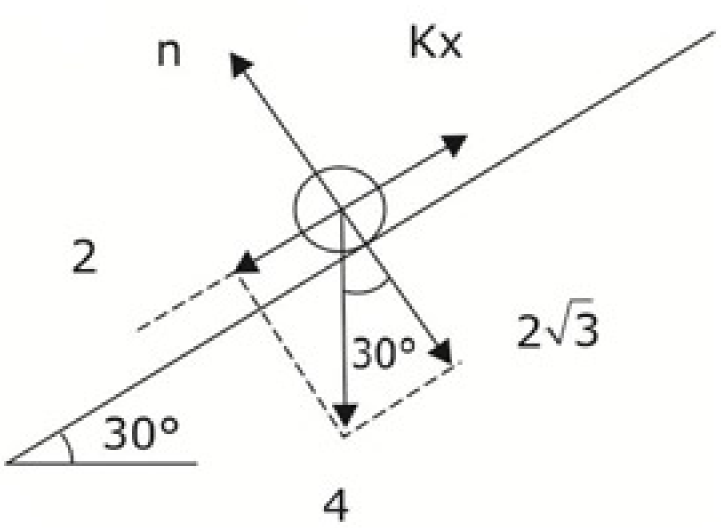
$$\vec{v}_{21} = \vec{v}\,'_2 - \vec{v}\,'_1 \Rightarrow \vec{v}\,'_{21} = \sqrt{3}\ \vec{j} - (-\vec{i}) \Rightarrow \vec{v}_{21} = \vec{i} + \sqrt{3}\ \ \vec{j}$$

$$|\vec{v}_{21}| = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} \Leftrightarrow |\vec{v}_{21}| = 2{,}0$$

Opção: D

---

23. Na posição de equilíbrio:



$kx = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{40} \Leftrightarrow x = 0{,}05m = 5cm$

Com a mola distendida de 10 cm o afastamento da posição de equilíbrio é

$y = 10 - 5 = 5cm \Rightarrow y = 5.10^{-2}m$

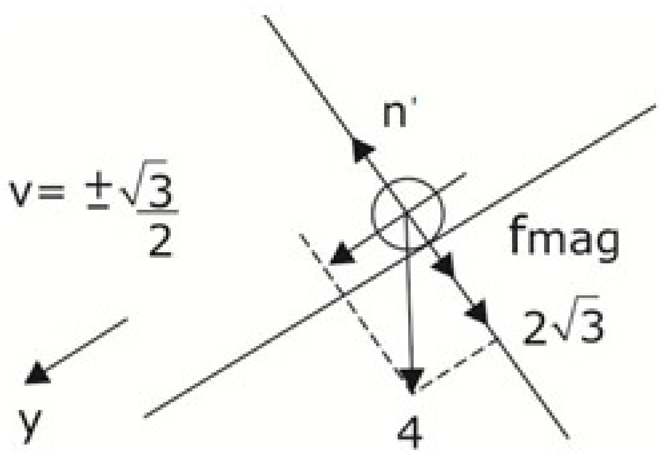
Tem-se

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}k.A^2$$

$$0{,}4\ v^2 + 40.25.10^{-4} = 40.10^{-2}$$

$$0{,}4v^2 = 0{,}4 - 0{,}1$$

$$v^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s$$



$$f_{mag} = q \cdot v \cdot B = 7{,}5 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 0{,}75\sqrt{3}$$

$$n' = 2\sqrt{3} \pm 0{,}75\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} n'_1 = 2{,}75\sqrt{3}\ N \\ n'_2 = 1{,}25\sqrt{3}\ N \end{cases} \Rightarrow \text{A alternativa possível encontrada é a letra C}$$

Opção: C

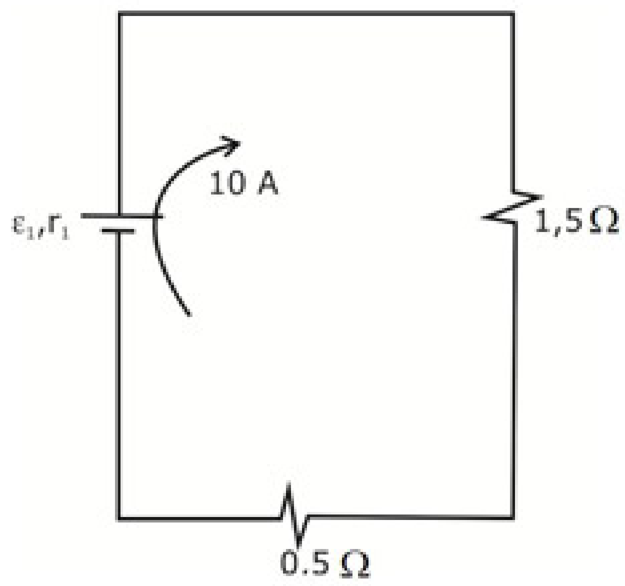
24.

$$\left.\begin{aligned} 300 &= \frac{3}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ 300 &= \frac{2}{2\ell}\sqrt{\frac{F'}{\mu}} \end{aligned}\right\} \frac{2}{2\ell}\sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \frac{3}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 2\sqrt{F'} = 3\sqrt{F} \Rightarrow \boxed{F' = \frac{9}{4}F}$$

$$\left.\begin{aligned} F' &= \frac{Q'^2}{2\varepsilon_o A} \\ F &= \frac{Q^2}{2\varepsilon_o A} \end{aligned}\right\} \frac{Q'^2}{2\varepsilon_o A} = \frac{9}{4}\frac{Q^2}{2\varepsilon_o A} \Rightarrow Q' = \frac{3}{2}Q \Rightarrow Q' = \frac{3}{2} \cdot 400 \Rightarrow \boxed{Q' = 600\mu C}$$

Opção: A

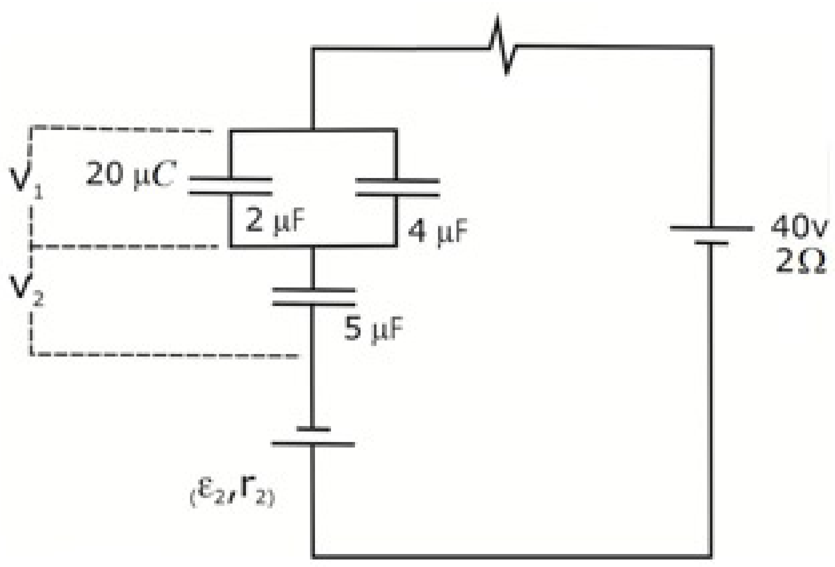
25. Reduzindo o circuito à direita tem-se:



$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1 = (2 + r_1)10 \\ \dfrac{\varepsilon_1}{r_1} = 2.10 \end{array}\right\} 20r_1 = 20 + 10r_1 \Rightarrow 10r_1 = 20 \Rightarrow r_1 = 2\Omega$$

$$\frac{\varepsilon_1}{2} = 20 \Rightarrow \varepsilon_1 = 40\,\text{V}$$

Levando a chave para (2) e carregados os capacitores



$Q_1 = C_1V_1 \Rightarrow 20 = 2\ V_1 \Rightarrow \boxed{V_1 = 10V}$

$Q_2 = C_2V_1 \Rightarrow Q_2 = 4.10 \Rightarrow \boxed{Q_2 = 40\ \mu C}$

$Q_3 = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_3 = 20 + 40 \Rightarrow \boxed{Q_3 = 60\ \mu C}$

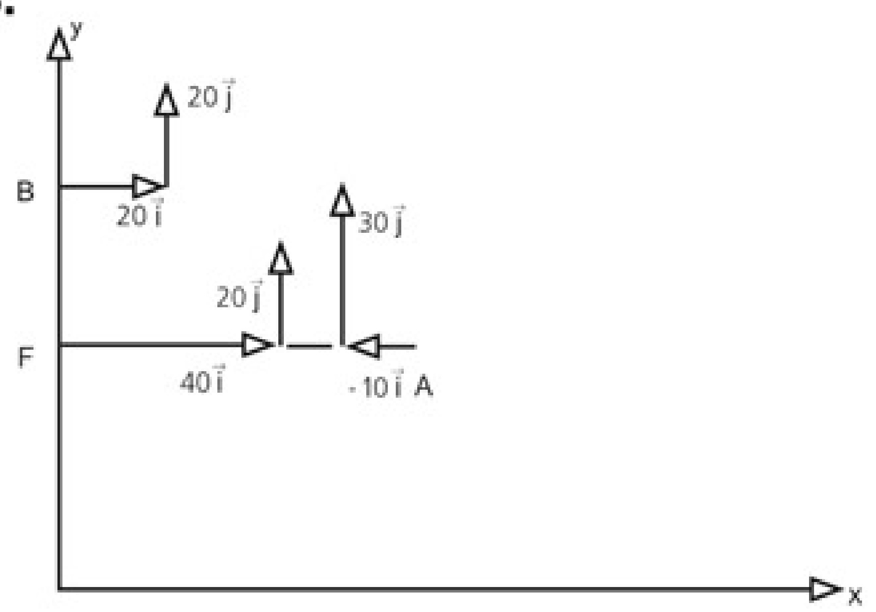
$Q_3 = C_3V_2 \Rightarrow 60 = 5\ V_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = 12\ V}$

$40 + \varepsilon_2 - V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow 40 + \varepsilon_2 - 10 - 12 = 0 \Rightarrow \boxed{\varepsilon_2 = -18\ V}$

Portanto, a polaridade de ε_2 está invertida e o valor absoluto é 18 V.

Opção: C

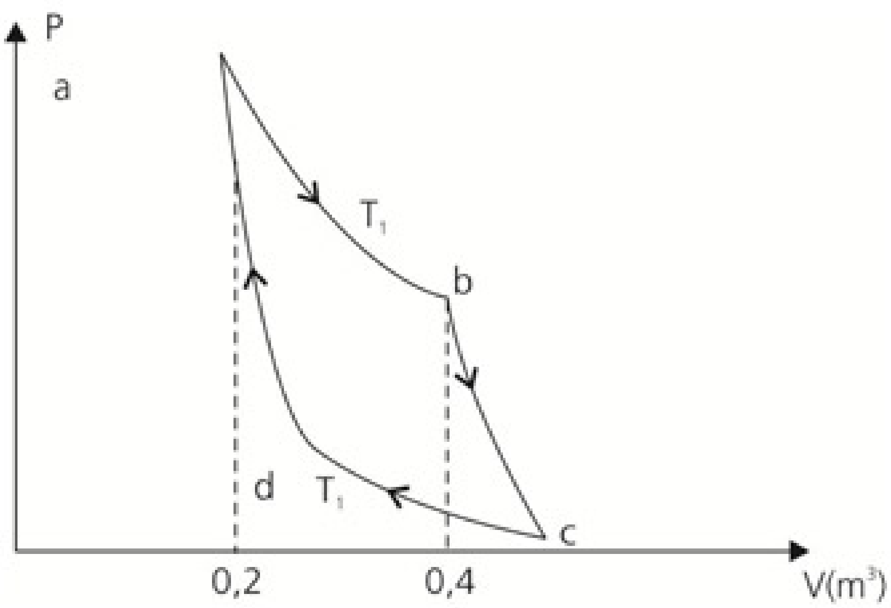
26.



$$\left.\begin{array}{l} f_A = f \cdot \dfrac{340+10}{340-40} = f \cdot \dfrac{35}{30} \\ f_B = f \cdot \dfrac{340-20}{340-20} = f \end{array}\right\} \dfrac{f_A}{f_B} = \dfrac{35}{30} = \dfrac{7}{6}$$

Opção: A

27.



$$Q_{bc} - W_{bc} = \Delta U$$

$$0 - W_{bc} = \frac{3}{2}\ n \cdot R \cdot \Delta T = -\frac{3}{2}\ n \cdot R \cdot (T_1 - T_2)$$

$$Q_{ab} - W_{ab} = 0 \Rightarrow W_{ab} = Q_{ab} = 4648\ \text{J}$$

$$W_{ab} = n \cdot R \cdot T_2 \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$$

$$4648 = 2 \cdot 8,3 \cdot T_2\ \ \ln\ 2 \Rightarrow T_2 = \frac{4648}{2 \cdot 8,3 \cdot 0,7} \Rightarrow \boxed{T_2 = 400\ \text{K}}$$

$$\rho = 1 - \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow 0,25 = 1 - \frac{T_1}{400} \Rightarrow \frac{T_1}{400} = 0,75 \Rightarrow \boxed{T_1 = 300\ \text{K}}$$

$$W_{ab} = -\frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 8,3(300 - 400) = 2490\ \ \text{J} = 2,49\ \ \text{kJ}$$

Opção: E

28.

$v_B = v$

$v_A = 2\ v$

$v_{AB} = v_A - v_B = 2v - v$

Como $v_{AB} = 2 = v \Rightarrow \begin{cases} v_A = 4\ m/s \\ v_B = 2\ m/s \end{cases}$

Para $t = 0$

$$v_{CM_0} = \frac{m_A\ v_A + m_B\ v_B}{m_A + m_B} = \frac{20 \cdot 4 + 30 \cdot 2}{50} = \frac{140}{50}$$

Como $F_R = (m_A + m_B) \cdot a_{CM} \Leftrightarrow 8 + 9 = (20 + 30) \cdot a_{CM} \Leftrightarrow \boxed{a_{CM} = \frac{17}{50}\ m/s^2}$

No instante $t = 5s$:

$$V_{CM} = V_{CM_0} + a_{CM} \cdot t \Rightarrow V_{cr} = \frac{14}{5} + \frac{17}{50} \cdot 5 \Rightarrow V_{CM} = \frac{28 + 17}{10} = \frac{45}{10} \Rightarrow \boxed{V_{CM} = 4{,}5\ m/s}$$

Opção: A

29.

$$\text{I. } \begin{cases} U_G = m\ g\ h & \text{se } h \text{ cresce } U_G \text{ aumenta} \\ U_C = -K\dfrac{q^2}{d} & \text{se } d \text{ diminui } U_C \text{ diminui} \end{cases} \Rightarrow \text{a afirmação é verdadeira}$$

II.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{K \cdot q^2}{D} = m \cdot g \cdot h - \frac{K \cdot q^2}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h - \underbrace{\left[\frac{K \cdot q^2}{d} - \frac{K \cdot q^2}{D}\right]}_{U>0}$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h - U \Rightarrow m \cdot g \cdot h > \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \text{Afirmação falsa.}$$

III.

$$\left.\begin{array}{l} d\ \text{sen}\ \theta = H - h \\ \dfrac{K\ q^2}{d^2} = m\ g\ \text{sen}\ \theta \end{array}\right\} \frac{K\ q^2\ \text{sen}^2\ \theta}{(H - h)^2} = m\ g\ \text{sen}\ \theta$$

$$\Rightarrow H - h = \sqrt{\frac{K\ g^2\ \text{sen}\ \theta}{mg}} \Rightarrow \text{Afirmação verdadeira}$$

IV. $W = U_{final} - U_{inicial} \neq 0 \Rightarrow$ afirmação falsa

Opção: B

30. Calculando o mínimo valor da velocidade de **m** em **C**;

$$mg = m\frac{v_c^2}{L} \Rightarrow v_c = \sqrt{gL}$$

O mínimo valor da velocidade de **m** em A:

$$\frac{1}{2}\,m\,v_A^2 = \frac{1}{2}m\,v_c^2 + mg.2L \Leftrightarrow V_A^2 = gL \Rightarrow 4gL = 5gL \Rightarrow v_A = \sqrt{5gL}$$

$$\begin{cases} m_0 v_0 = m\,v_A + P_B \Rightarrow m_0 v_0 = 2\cdot m_0 v_A + P_B \\ \text{ou} \\ m_0 v_0 = (m_0 + m)v_A \Rightarrow m_0 v_0 = 3m_0 v_A \end{cases}$$

Se $P_B = 0 \Rightarrow v_A = 2\cdot v_A$

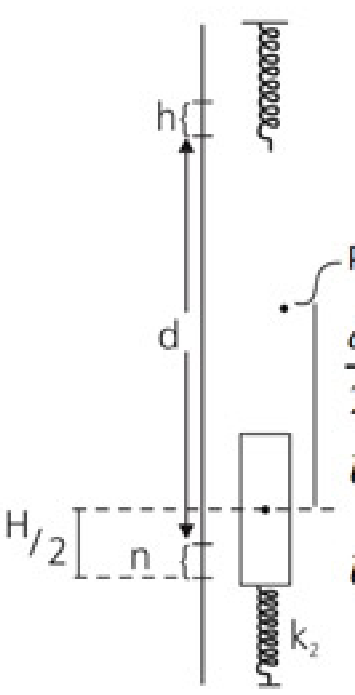
Se a colisão é inelástica $\Rightarrow v_0 = 3\cdot v_A$

Como v_0 deve ser mínimo $\Rightarrow v_0 = 2\cdot v_A \Rightarrow \boxed{v_0 = 2\cdot\sqrt{5gL}}$

Opção: D

---

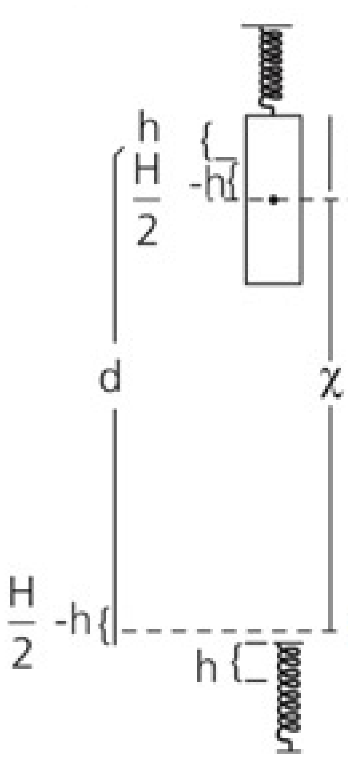
31. Tomando o nível mais baixo atingido pelo centro de massa do corpo como o nível zero de energia potencial gravitacional teremos:



$$\frac{d}{2} - \left(\frac{H}{2} - h\right) = \frac{d}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} U_G = 0 \\ U_E = \dfrac{1}{2}k_2 h^2 \end{array}\right\} E = \frac{1}{2}k_2 h^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}1^2 = 10J$$

No ponto mais alto atingido pelo centro de massa tem-se:



$$\begin{cases} U_G = m\cdot g\cdot x \\ U_E = \dfrac{1}{2}k_1 h^2 \end{cases}$$

$$x = d - \left(\frac{H}{2} - h\right) = d - H + 2h = d - 0{,}2 + 0{,}2$$

$$\boxed{x = d}$$

$$U_G = 0$$

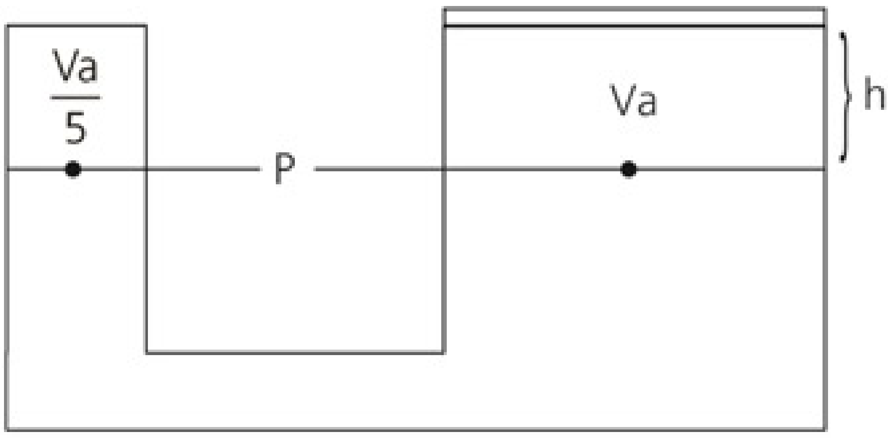
Igualando a energia no ponto mais alto e no mais baixo $mgd + \frac{1}{2}k_1h^2 = 10$

$2d + \frac{1}{2} \,.\, 10^3 \,.\, 0{,}1^2 = 10 \Leftrightarrow 2d = 10 - 5 \Leftrightarrow \boxed{d = \frac{5}{2}\text{ m}}$

Ao passar pelo ponto em que o centro de massa equidista das molas teremos: $\frac{1}{2}m\,v^2 + mg\frac{d}{2} = 10 \Leftrightarrow E_c = 10 - 0{,}2.10.\frac{5}{4} \Leftrightarrow \boxed{E_c = 7{,}5\text{ J}}$

Opção: E

32.



$$\frac{\rho_0 \cdot \frac{v_a}{5} \cdot g}{\cancel{A}} = \frac{\rho_a \cdot v_a \cdot g + m \cdot g}{5 \cdot \cancel{A}} \Leftrightarrow \rho_0 \cdot \frac{v_a}{5} = \rho_a\,\frac{v_a}{5} + \frac{m}{5}$$

$$0{,}9\,v_a = 0{,}8\,v_a + 30 \Leftrightarrow 0{,}1\,v_a = 30 \Leftrightarrow v_a = 300\,cm^3 = 0{,}3L$$

Opção: B

33.

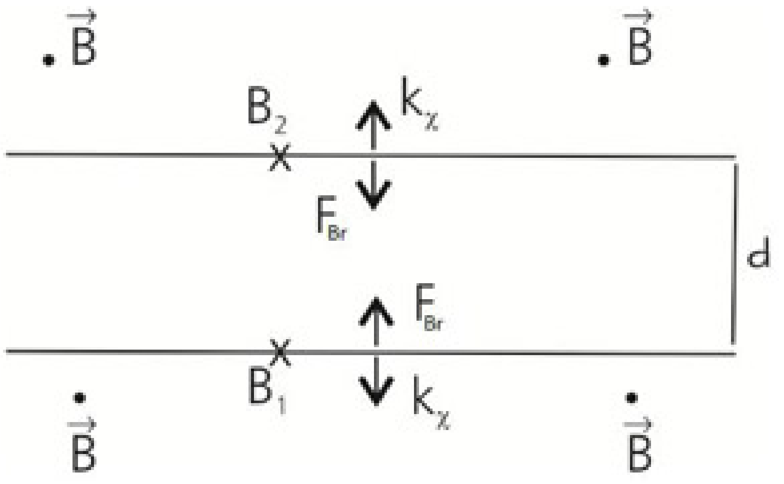
$$\begin{matrix} W = R\,i^2t \\ W = mc\,.\,\Delta\theta \end{matrix} \Rightarrow \quad \frac{W}{t} = \frac{m}{t}c\,.\,\Delta\theta$$

$$R\,i^2 = \frac{m}{t}c\,.\,\Delta\theta$$

$$i^2 = \frac{mc\,.\,\Delta\theta}{Rt} \Leftrightarrow i^2 = \frac{12}{60\,.\,21} \cdot \frac{4{,}2}{10^{-3}}\,.\,(52 - 12) \Leftrightarrow i^2 = 1600 \Leftrightarrow \boxed{i = 40\text{ A}}$$

Opção: E

34.
$x_{mola} = 5 - 2 = 3\text{cm}$



$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

$$B_R = B - \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = B - \frac{4\pi . 10^{-7} . 10}{2\pi . 2 . 10^{-2}} = B - 10^{-4}$$

$$F_{BR} = K_X$$

$$i \cdot L \cdot B_R = K_X \Rightarrow 10 . 0{,}5\left[B - 10^{-4}\right] = 25 . 10^{-2} . 3 . 10^{-2}$$

$$5 B - 5.10^{-4} = 75 . 10^{-4} \Leftrightarrow 5 B = 80 . 10^{-4} \Leftrightarrow \boxed{B = 1{,}6 \text{ mT}}$$

Opção: C

35.
(A) **Falso**, a caixa preta pode provocar curto circuito entre a e b.
(B) I =0, pode haver corrente em R e $v \neq 0$, logo a afirmação é **falsa**.
(C) pode passar corrente na bateria e na caixa preta provocando curto circuito entre **a** e **b**. Assim, afirmação é **falsa**.
(D) **Correto**, a caixa preta pode interromper a correte entre <u>a</u> e <u>b</u>.
(E) Se v = 0 a lâmpada não acende e portanto a afirmação é **falsa**.

Opção: D

---

36. Se apoiarmos o bloco nas molas até o equilíbrio, a deformação experimentada pelas molas será:

$$m \cdot g = 4 \cdot k \cdot x$$

$$240 \cdot 10 = 4 \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot x \Leftrightarrow \boxed{x = 0{,}5\text{m}}$$

Largando-se o Bloco o processo de frenagem só se inicia quando o bloco ultrapassa a posição de equilíbrio sobre as molas. Logo:

$$W^{peso} + W^{at} + W^{molas} = E_{cmáx} - 0$$

$$E_{cmáx} = 240 \cdot 10 \cdot 6{,}5 - 2 \cdot 400 \cdot 6 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 . 0{,}5^2$$

$$E_{cmáx} = 15600 - 4800 - 600 = 10200\text{J}$$

$$\boxed{E_{cmáx} = 10{,}2\text{kJ}}$$

Opção: B

37.

$$K = \frac{80\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{80\pi}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{6}{80}\text{m} = \frac{600}{80}\ \text{cm} = 7{,}5\,\text{cm}$$

$$\boxed{\frac{\lambda}{2} = 3{,}75\,\text{cm}}$$

$$m - 1 = \frac{30\,\text{cm}}{3{,}75\,\text{cm}} \Rightarrow m = 8 + 1 = 9 \Rightarrow \boxed{m = 9\,\text{nós}}$$

$$\text{Como}\quad \frac{2\pi}{T} = \frac{200\pi}{3} \Rightarrow \boxed{T = \frac{6}{200}}$$

$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{6}{80} \times \frac{200}{6} \Rightarrow \boxed{V = 2{,}5\ \text{m/s}}$$

$$\left.\begin{array}{l} v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}} \\ F = 0{,}5\ .\ 10 = 5\text{N} \end{array}\right\} v^2 = \frac{F}{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{F}{v^2} = \frac{5}{2{,}5^2} = 0{,}8\,\text{kg/m}$$

$$\mu = 0{,}8 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}} = \frac{0{,}8.10^3}{10^2} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}} \Rightarrow \boxed{\mu = 8\,\text{g/cm}}$$

Opção: E

38.

$$80 = 10\ \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \boxed{I = 10^{-4}\ \frac{W}{m^2}}$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{r^2}{r'^2} \Rightarrow I' = \frac{10^{-4}.10^2}{50^2} = 4\ .\ 10^{-6}\ \frac{W}{m^2} = 4\frac{\mu W}{m^2} \Rightarrow \boxed{I' = 4 \cdot \frac{\mu W}{m^2}}$$

Opção: A

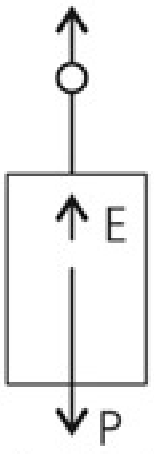
39.

$$0{,}12 = \frac{1{,}2\ .\ 10^3}{P_m} \Rightarrow \boxed{P_m = 10^4\text{MW}}$$

$$\Delta S = \frac{P_m \Delta t}{T} = \frac{10^4 \times 60}{600} = 1{,}0 \times 10^3\ \frac{\text{MJ}}{\text{K}}$$

Opção: C

40.



$$F + E = P$$

$$\frac{k_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{d^2} + \mu_a \cdot g \cdot V_{im} = \mu_{cil} \cdot g \cdot V_{cil}$$

$$\mu_a \cdot g \cdot V_{im} = \mu_{cil} \cdot g \cdot V_{cil} - \frac{k_0 \cdot q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

$$1000 \cdot 10 \cdot V_{im} = 8000 \cdot 10 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(0{,}1)^2}$$

$$10^4 \cdot V_{im} = 12 - 10{,}8 \Leftrightarrow \boxed{V_{im} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ m^3}$$

$$\frac{V_{im}}{V_{cil}} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-4}}{1{,}5 \cdot 10^{-4}} = 0{,}80 = \boxed{80\%}$$

Opção: D