GABARITO ITA

Física

GABARITO

01.	C	**11.**	A
02.	D	**12.**	B
03.	C	**13.**	B
04.	C	**14.**	A
05.	ANULADA	**15.**	D
06.	B	**16.**	A
07.	B	**17.**	C
08.	A	**18.**	E
09.	C	**19.**	E
10.	E	**20.**	B

GABARITO COMENTADO

Questão 01	**Letra: C**

Um fio de comprimento L e massa específica linear μ é mantido esticado por uma força F em suas extremidades. Assinale a opção com a expressão do tempo que um pulso demora para percorrê-lo.

(A) $\frac{2LF}{\mu}$

(B) $\frac{F}{2\pi L\mu}$

(C) $L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

(D) $\frac{L}{\pi}\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

(E) $\frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

Solução:
A velocidade de propagação de um pulso em uma corda é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Neste caso, note que a tração na corda é igual à força F. Como a velocidade de propagação é admitida constante, temos que:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{L}{\Delta t} \Leftrightarrow \boxed{\Delta t = L\sqrt{\frac{\mu}{F}}}$$

Questão 02	**Letra: D**

Uma pequena esfera metálica, de massa m e carga positiva q, é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial v_0 em uma região onde há um campo elétrico de módulo E, apontado para baixo, e um gravitacional de módulo g, ambos uniformes. A máxima altura que a esfera alcança é

(A) $\frac{v^2}{2g}$.

(B) $\frac{qe}{mv_0}$.

(C) $\frac{v_0}{qmE}$.

(D) $\frac{mv_0^2}{2(qE+mg)}$.

(E) $\sqrt{\frac{3mEqv_0}{8g}}$.

Solução:
Tanto o campo gravitacional quanto o campo elétrico estão direcionados para baixo. Portanto, as forças gravitacional e elétrica produzirão trabalhos contrários ao sentido do movimento da esfera metálica, uma vez que a carga da mesma é positiva. Logo, pela Conservação da Energia temos:

$$E_{\text{cinética}} = W_{\text{força elétrica}} + W_{\text{força peso}} \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = F_{el}.d + P.d \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = F_{el}.h_{\text{máx}} + P.h_{\text{máx}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \left(F_{el} + P\right)h_{\text{máx}} \Leftrightarrow h_{\text{máx}} = \frac{mv_0^2}{2\left(F_{el} + P\right)} \Rightarrow \boxed{h_{\text{máx}} = \frac{mv_0^2}{2\left(qE + mg\right)}}$$

Questão 03	**Letra: C**

Uma massa puntiforme é abandonada com impulso inicial desprezível do topo de um hemisfério maciço em repouso sobre uma superfície horizontal. Ao descolar-se da superfície do hemisfério, a massa terá percorrido um ângulo θ em relação à vertical. Este experimento é realizado nas três condições seguintes, I, II e III, quando são medidos os respectivos ângulos θ_{I}, θ_{II} e θ_{III}:

I. O hemisférico é mantido preso à superfície horizontal e não há atrito entre a massa e o hemisfério.
II. O hemisfério é mantido preso à superfície horizontal, mas há atrito entre a massa e o hemisfério.
III. O hemisfério e a massa podem deslizar livremente pelas respectivas superfícies.

Nestas condições, pode-se afirmar que

(A) $\theta_{\text{II}} < \theta_{\text{I}}$ e $\theta_{\text{III}} < \theta_{\text{I}}$.
(B) $\theta_{\text{II}} < \theta_{\text{I}}$ e $\theta_{\text{III}} > \theta_{\text{I}}$.
(C) $\theta_{\text{II}} > \theta_{\text{I}}$ e $\theta_{\text{III}} < \theta_{\text{I}}$.
(D) $\theta_{\text{II}} > \theta_{\text{I}}$ e $\theta_{\text{III}} > \theta_{\text{I}}$.
(E) $\theta_{\text{I}} = \theta_{\text{III}}$.

Solução:

$$mgR\left(1 - \cos\theta\right) = \frac{1}{2}mv^2 \pm W$$

$$\textit{Perda de contato}: N = 0$$

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow mgR\left(1 - \cos\theta\right) = \frac{1}{2}mgR\cos\theta \pm W \Leftrightarrow$$

$$1 - \cos\theta = \frac{1}{2}\cos\theta \pm \frac{W}{mgR} \Leftrightarrow 2 - 3\cos\theta = \pm\frac{2W}{mgR} \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \mp \frac{2W}{mgR}$$

$$1^\circ \textit{caso}: \textit{sem atrito} \Rightarrow W = 0 \Rightarrow \cos\theta_I = \frac{2}{3}$$

$$2^\circ \textit{caso}: \textit{com atrito} \Rightarrow W > 0 \Rightarrow \cos\theta_{II} < \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\theta_{II} > \theta_I}$$

$$3^\circ \textit{caso}: \textit{bloco livre} \Rightarrow W < 0 \Rightarrow \cos\theta_{III} > \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\theta_{III} < \theta_I}$$

Questão 04	**Letra: C**

Considere um tubo horizontal cilíndrico de comprimento ℓ, no interior do qual encontram-se respectivamente fixadas em cada extremidade de sua geratriz inferior as cargas q_1 e q_2, positivamente carregadas. Nessa mesma geratriz, numa posição entre as cargas, encontra-se uma pequena esfera em condição de equilíbrio, também positivamente carregada. Assinale a opção com as respostas corretas na ordem das seguintes perguntas:

I. Essa posição de equilíbrio é estável?
II. Essa posição de equilíbrio seria estável se não houvesse o tubo?
III. Se a esfera fosse negativamente carregada e não houvesse o tubo, ela estaria em equilíbrio estável?

(A) Não. Sim. Não.
(B) Não. Sim. Sim.
(C) Sim. Não. Não.
(D) Sim. Não. Sim.
(E) Sim. Sim. Não.

Solução:
I. Sim, é estável, pois a esfera só pode se mover na direção do tubo.
II. Não, pois há liberdade de movimento na direção do tubo e na direção perpendicular ao tubo.
III. Não, pelo mesmo motivo de II.

Além disso, o Teorema de Earnshaw afirma que não há equilíbrio estável em um conjunto de partículas sujeito apenas a interações eletrostáticas.

Questão 05	**ANULADA**

Considere as seguintes proposições sobre campos magnéticos:

I. Em um ponto P no espaço, a intensidade do campo magnético produzido por uma carga puntiforme q que se movimenta com velocidade constante ao longo de uma reta só depende da distância entre P e a reta.
II. Ao se aproximar um ímã de uma porção de limalha de ferro, esta se movimenta porque o campo magnético do ímã realiza trabalho sobre ela.
III. Dois fios paralelos por onde passam correntes uniformes num mesmo sentido se atraem.

(A) apenas I é correta.
(B) apenas II é correta.
(C) apenas III é correta.
(D) todas são corretas.
(E) todas são erradas.

Solução:

I – Falso. Depende da distância entre P e a carga.
II – Verdadeiro. A força do ímã arrasta as partículas.
III – Verdadeiro. Correntes de mesmo sentido e paralelas provocam força atrativa.

Questão 06	**Letra: B**

Uma chapa metálica homogênea quadrada de 100 cm^2 de área, situada no plano xy de um sistema de referência, com um dos lados no eixo x, tem o vértice inferior esquerdo na origem. Dela, retira-se uma porção circular de 5,00 cm de diâmetro com o centro posicionado em x = 2,5 cm e y = 5,0 cm. Determine as coordenadas do centro de massa da chapa restante.

(A) (x_c, y_c) = (6,51, 5,00) cm.
(B) (x_c, y_c) = (5,61, 5,00) cm.
(C) (x_c, y_c) = (5,00, 5,61) cm.
(D) (x_c, y_c) = (5,00, 6,51) cm.
(E) (x_c, y_c) = (5,00, 5,00) cm.

Solução:
Como a chapa é homogênea, então a densidade superficial é constante, ou seja, a massa é diretamente proporcional à área. Logo, para calcular o centro de massa, utilizaremos duas regiões: a placa inteira (massa positiva) e a porção retirada (“massa negativa”). Com isso temos que:

$$CM = \frac{C_1m_1 + C_2m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow CM = \frac{(5;\,5)m_1 - (2{,}5;\,5)m_2}{m_1 - m_2} \Rightarrow CM = \frac{(5;\,5)\cancel{\sigma}S_1 - (2{,}5;\,5)\cancel{\sigma}S_2}{\cancel{\sigma}S_1 - \cancel{\sigma}S_2} \Leftrightarrow$$

$$CM = \frac{(5;\,5)100 - (2{,}5;\,5)\pi r^2}{100 - \pi r^2} \Rightarrow CM = \frac{(5;\,5)100 - (2{,}5;\,5)\pi.2{,}5^2}{100 - \pi.2{,}5^2} \Leftrightarrow CM = \frac{(5;\,5)\cancel{100} - (2{,}5;\,5)\cancel{6{,}25}\pi}{\cancel{100} - \cancel{6{,}25}\pi} \Leftrightarrow$$

$$CM = \frac{(5;\,5)4 - (2{,}5;\,5)0{,}25\pi}{4 - 0{,}25\pi} \Leftrightarrow CM = \frac{(20;\,20) - (0{,}625\pi;\,1{,}25\pi)}{4 - 0{,}25\pi} \Leftrightarrow CM = \frac{(20;\,20) - (1{,}9625;\,3{,}925)}{4 - 0{,}785} \Leftrightarrow$$

$$CM = \frac{(18{,}0375;\,16{,}075)}{3{,}215} \Leftrightarrow \boxed{CM = (5{,}61;\,5{,}00)}$$

Note que não é necessário fazer a conta da coordenada y, uma vez que a porção retirada possui quantidades iguais de massa tanto acima quanto abaixo do eixo de simetria horizontal (reta $y = 5cm$).

Questão 07	**Letra B**

No espaço sideral, luz incide perpendicular e uniformemente numa placa de gelo incialmente a −10°C e em repouso, sendo 99% refletida e 1% absorvida. O gelo então derrete pelo aquecimento, permanecendo a água aderida à placa. Determine a velocidade desta após a fusão de 10% do gelo.
(A) 3 mm/s.
(B) 3 cm/s.
(C) 3 dm/s.
(D) 3 m/s.
(E) 3 dam/s.

Solução:

$E_{absorvida} = Q_{sensível} + Q_{latente} \Rightarrow \dfrac{\Delta E_\gamma}{100} = mc\Delta\theta + \dfrac{mL}{10} \Leftrightarrow \Delta E_\gamma = m.50.4.10^3.10 + m.10.80.4.10^3 \Leftrightarrow$

$\Delta E_\gamma = m(20+32).10^5 \Rightarrow \Delta p_\gamma.c = m.52.10^5 \Leftrightarrow \Delta p_\gamma.c = m.52.10^5$

$m.\Delta v = 2\Delta p_\gamma$. *Logo,*

$\Delta v = \dfrac{104.\cancel{10^5}}{3.10^{\cancel{8}}} \Rightarrow \Delta v = \dfrac{104}{3.10^3} m/s \Rightarrow \Delta v = \dfrac{104}{3.10^{\cancel{3}}}.\cancel{10^2}\ cm/s \Leftrightarrow \boxed{\Delta v = 3\,cm/s}$

Questão 08	**Letra: A**

Um bloco cônico de massa *M* apoiado pela base numa superfície horizontal tem altura *h* e raio da base *R*. Havendo atrito suficiente na superfície da base de apoio, o cone pode ser tombado por uma força horizontal aplicada no vértice. O valor mínimo *F* dessa força pode ser obtido pela razão *h/R* dada pela opção

(A) $\dfrac{Mg}{F}$.

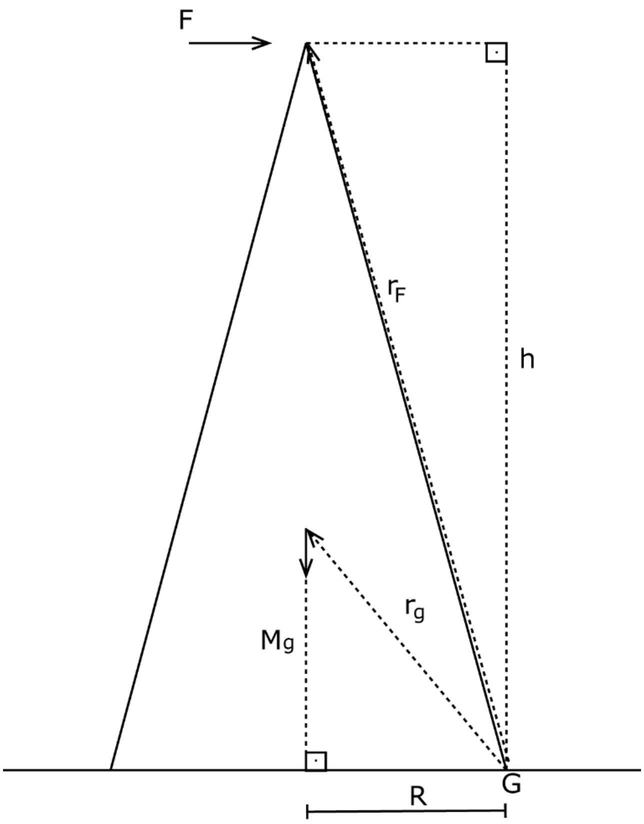
(B) $\dfrac{F}{Mg}$.

(C) $\dfrac{Mg+F}{Mg}$.

(D) $\dfrac{Mg+F}{F}$.

(E) $\dfrac{Mg+F}{2Mg}$.

Solução:



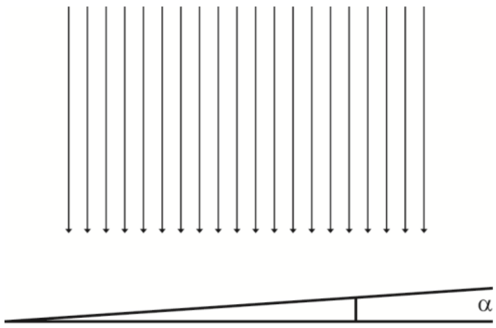
Observamos pela figura que, em torno do ponto de giro, temos dois torques correspondentes às forças peso e F aplicada. Como, para condição de equilíbrio de um corpo rígido o torque resultante é igual a zero, temos que:

$$Mg.R = F.h \Leftrightarrow \frac{Mg}{F} = \frac{h}{R} \Rightarrow \boxed{\frac{h}{R} = \frac{Mg}{F}}$$

Questão 09	**Letra: C**

Luz, que pode ser decomposta em componentes de comprimento de onda com 480 nm e 600 nm, incide verticalmente em uma cunha de vidro com ângulo de abertura α = 3,00° e índice de refração de 1,50, conforme a figura formando linhas de interferência destrutivas. Qual é a distância entre essas linhas?

(A) 11,5 μm.
(B) 12,8 μm.
(C) 16,0 μm.
(D) 22,9 μm.
(E) 32,0 μm.



Solução:

$$\begin{cases} 2dn = m_1\lambda_1 \\ 2dn = m_2\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow m_1\lambda_1 = m_2\lambda_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{600}{480} \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m_1 = 5,10 \\ m_2 = 4,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3d = 5.480 \\ 3d' = 10.480 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 800 \\ d' = 1600 \end{cases}$$

$$\frac{d}{L} = \alpha \Rightarrow \begin{cases} d = L\alpha \\ d' = L'\alpha \end{cases} \Rightarrow (L' - L)\alpha = 1600 - 800 \Rightarrow \Delta L = \frac{800}{0,05} = 16000 \Rightarrow \boxed{\Delta L = 16\ \mu m}$$

Questão 10	**Letra: E**

Um tubo em forma de U de seção transversal uniforme, parcialmente cheio até uma altura *h* com um determinado líquido, é posto num veículo que viaja com aceleração horizontal, o que resulta numa diferença de altura *z* do líquido entre os braços do tubo interdistantes de um comprimento *L*. Sendo desprezível o diâmetro do tubo em relação à *L*, a aceleração do veículo é dada por

(A) $\frac{2zg}{L}$.

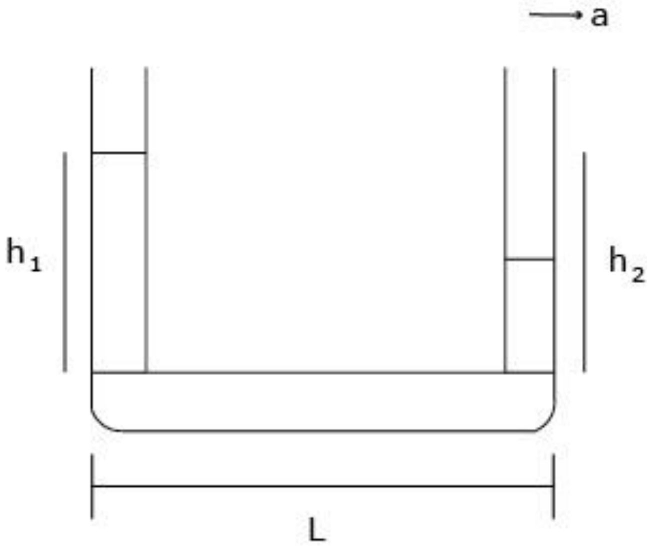
(B) $\frac{(h-z)g}{L}$.

(C) $\frac{(h+z)g}{L}$.

(D) $\frac{2gh}{L}$.

(E) $\frac{zg}{L}$.

Solução:

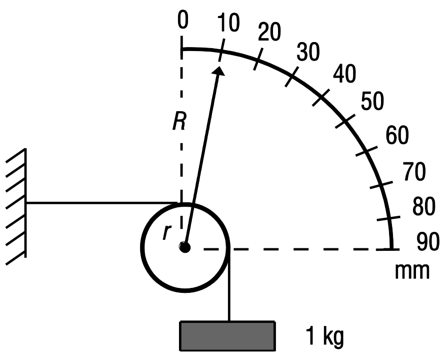


$$\begin{cases} P_1 = P_0 + \rho g h_1 \\ P_2 = P_0 + \rho g h_2 \end{cases}$$

$$P_1 - P_2 = \rho g z \Leftrightarrow (P_1 - P_2)A = \rho g z A \Rightarrow \cancel{\rho} g z \cancel{A} = \cancel{\rho}\cancel{A} L a \Leftrightarrow \boxed{a = \frac{gz}{L}}$$

Questão 11	**Letra: A**

A figura mostra um dispositivo para medir o módulo de elasticidade (módulos de Yuong) de um fio metálico. Ele é definido como a razão entre a força por unidade de área da seção transversal do fio necessária para esticá-lo e o resultante alongamento deste por unidade de seu comprimento. Neste particular experimento, um fio homogêneo de 1,0 m de comprimento e 0,2 mm de diâmetro, fixado numa extremidade, é disposto horizontalmente e preso pela outra ponta ao topo de uma polia de raio *r*. Um outro fio preso neste mesmo ponto, envolvendo parte da polia, sustenta uma massa de 1 kg. Solidário ao eixo da polia, um ponteiro de raio R = 10r acusa uma leitura de 10 mm na escala semicircular iniciada em zero. Nestas condições, o módulo de elasticidade do fio é de



(A) $\frac{10^{12}}{\pi} N/m^2$.

(B) $\frac{10^{12}}{2\pi} N/m^2$.

(C) $\frac{10^{12}}{3\pi} N/m^2$.

(D) $\frac{10^{12}}{4\pi} N/m^2$.

(E) $\frac{10^{12}}{8\pi} N/m^2$.

Solução:

$$E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}}$$

$$l = 1m = 1000\,mm$$

$$A = \frac{\pi.0,2^2}{4}mm^2$$

$$\frac{10}{R} = \frac{\Delta l}{r} \Rightarrow \frac{\cancel{10}}{\cancel{10}\cancel{r}} = \frac{\Delta l}{\cancel{r}} \Leftrightarrow \Delta l = 1mm$$

$$E = \frac{\frac{10}{\pi.10^{-2}.10^{-6}}}{\frac{1}{10^3}} \Leftrightarrow E = \frac{10^9}{\pi}.10^3 \Leftrightarrow \boxed{E = \frac{10^2}{\pi}N/m^2}$$

Questão 12	**Letra: B**

Assinale a alternativa **incorreta** dentre as seguintes proposições a respeito de campos gravitacionais de corpos homogêneos de diferentes formatos geométricos:

(A) Num cubo a linha de ação do campo gravitacional num dos vértices tem a direção da diagonal principal que parte desse vértice.

(B) Numa chapa quadrada de lado ℓ e vazada no centro por um orifício circular de raio $a < \ell/2,$ em qualquer ponto dos seus eixos de simetria a linha de ação do campo gravitacional é normal ao plano da chapa.

(C) Num corpo hemisférico, há pontos em que as linhas de ação do campo gravitacional passam pelo centro da sua base circular e outros pontos em que isto não acontece.

(D)Num toro, há pontos em que o campo gravitacional é não nulo e normal à sua superfície.

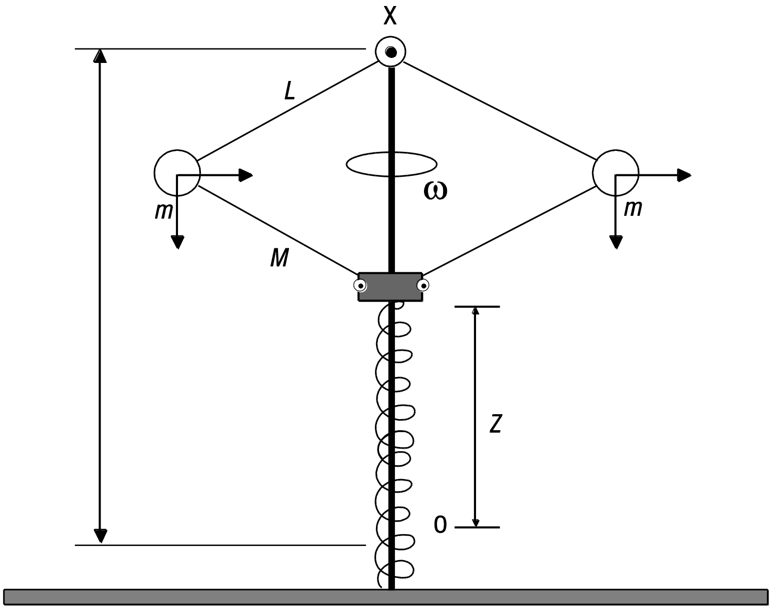
(E) Num tetraedro regular, a linha de ação do campo gravitacional em qualquer vértice é normal à face oposta ao mesmo.

Solução:

A força gravitacional tem a direção do eixo de simetria em qualquer ponto do eixo de simetria. Portanto, a alternativa B é a incorreta.

Questão 13	**Letra: B**

Na figura, o eixo vertical giratório imprime uma velocidade angular $\omega = 10$ rad / s ao sistema composto por quatro barras iguais, de comprimento $L = 1$ m e massa desprezível, graças a uma dupla articulação na posição fixa *X*. Por sua vez, as barras de baixo são articuladas na massa *M* de 2 kg que através de um furo central, pode deslizar sem atrito ao longo do eixo e esticar uma mola de constante elástica $k = 100$ N / m, a partir da posição *O* da extremidade superior da mola em repouso, a dois metros abaixo de *X*. O sistema completou-se com duas massas iguais de $m = 1$ kg cada uma, articuladas às barras. Sendo desprezíveis as dimensões das massas, então, a mola distender-se-á de uma altura *z* acima de *O* dada por



(A) 0,2 m
(B) 0,5 m
(C) 0,6 m
(D) 0,7 m
(E) 0,9 m

Solução:

$$\begin{cases} T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta = m\omega^2 R = m\omega^2 L \cos\theta & (1) \\ T_1 sen\theta - T_2 sen\theta = mg & (2) \\ 2T_2 sen\theta = Mg + Kz & (3) \\ 2L sen\theta = H - z & (4) \end{cases}$$

$$(1)\ e\ (2) \Rightarrow 2T_2 = m\omega^2 L - \frac{mg}{sen\theta} \qquad (5)$$

$$(3)\ e\ (5) \Rightarrow m\omega^2 L sen\theta - mg = Mg + Kz \quad (6)$$

$$(4)\ e\ (6) \Rightarrow 2\frac{Mg + Kz + mg}{m\omega^2} = H - z \Rightarrow z = \frac{Hm\omega^2 - 2(M+m)g}{2K + m\omega^2} \Rightarrow$$

$$z = \frac{2.1.10^2 - 2(2+1)10}{2.100 + 1.10^2} \Leftrightarrow z = \frac{7}{15} \Rightarrow \boxed{z \cong 0{,}5\,m}$$

Questão 14	Letra: A

Considere as quatro proposições seguintes:

I. Os isótopos ^{16}O e ^{18}O do oxigênio diferenciam-se por dois nêutrons.

II. Sendo de 2400 anos a meia-vida do ^{239}Pu sua massa de 600 g reduzir-se-à a 200 g após 7200 anos.

III. Um núcleo de ^{27}Mg se transmuta em ^{28}Al pela emissão de uma partícula β.

IV. Um fóton de luz vermelha incide sobre uma placa metálica causando a emissão de um elétron. Se esse fóton fosse de luz azul, provavelmente ocorreria a emissão de dois ou mais elétrons.

Então,
(A) apenas uma das proposições é correta.
(B) apenas duas das proposições são corretas.
(C) apenas três das proposições são corretas.
(D) todas elas são corretas.
(E) nenhuma delas é correta.

Solução:

I. Verdadeira.

II. Falsa. Após 72000 anos, a massa de plutônio reduzir-se-á a $600.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{72000}{24000}} = 600.\frac{1}{8} = 75g$.

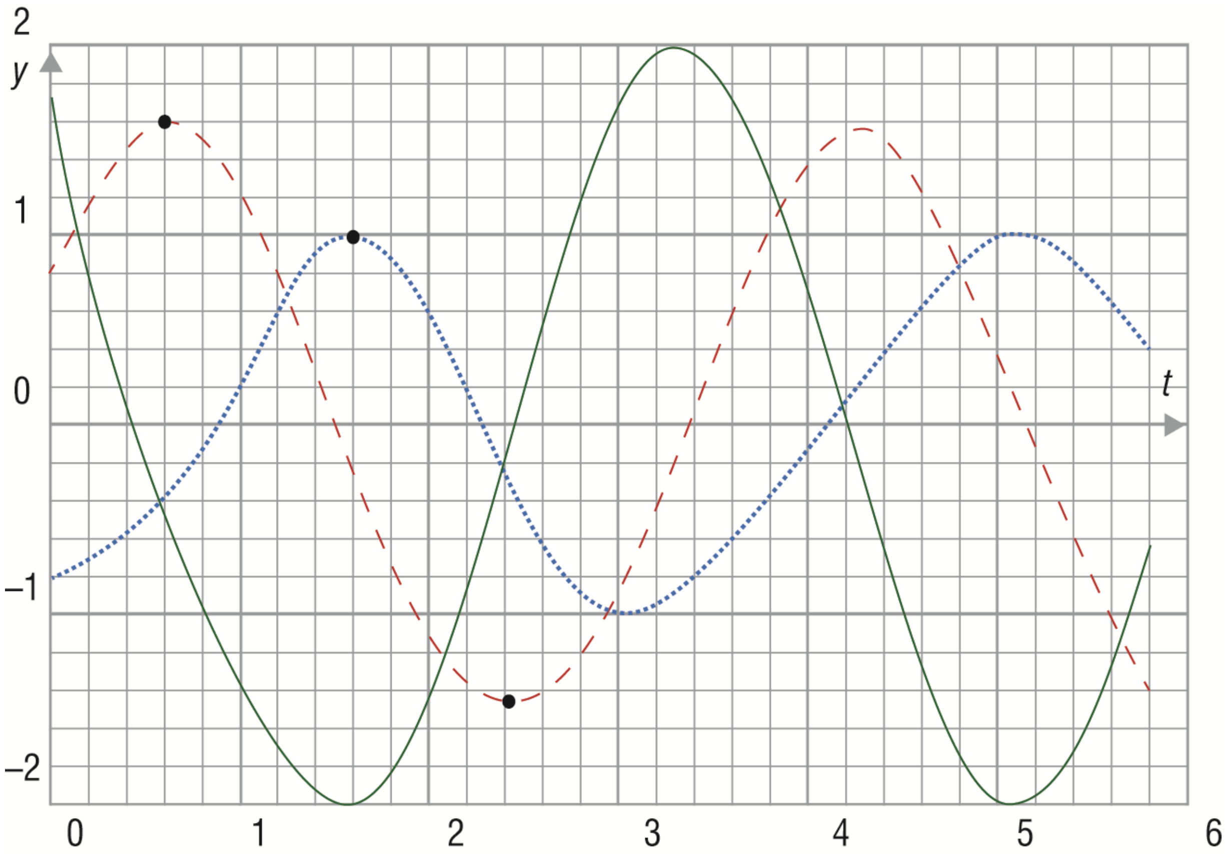
III. Falsa, pois não é possível aumentar a quantidade de prótons ou nêutrons através da emissão beta.

IV. Falsa, pois o efeito fotoelétrico se dá exclusivamente entre um fóton e um elétron.

Questão 15	**Letra: D**

Na figura, as linhas cheia, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base essas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.
II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.
III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.



(A) Apenas I é correta.
(B) Apenas II é correta.
(C) Apenas III é correta.
(D) Todas são incorretas.
(E) Não há informações suficientes para análise.

Solução:

Sabemos que a equação do oscilador harmônico simples é $ma = -kx \Leftrightarrow a = -\frac{k}{m}x$. Então, a aceleração e a posição da partícula estão em fases opostas. Logo, o gráfico correspondente à velocidade é o representado pela linha tracejada.
Com base nessa informação, podemos afirmar que nenhuma das proposições é correta.

Questão 16	**Letra: A**

Numa expansão muito lenta, o trabalho efetuado por um gás num processo adiabático é

$$W_{12} = \frac{P_1V_1^{\gamma}}{1-\gamma}(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}),$$

em que *P*, *V*, *T* são, respectivamente, a pressão, o volume e a temperatura do gás, e γ uma constante, sendo os subscritos 1 e 2 representativos, respectivamente, do estado inicial e final do sistema. Lembrando que PV^{γ} é constante no processo adiabático, está fórmula pode ser reescrita deste modo:

(A) $\dfrac{P_1\left[V_1 - V_2(T_2/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{ln(T_2/T_1)/\ln(V_1/V_2)}$

(B) $\dfrac{P_2\left[V_1 - V_2(T_2/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{ln(T_2/T_1)/\ln(V_2/V_1)}$

(C) $\dfrac{P_2\left[V_1 - V_2(T_2/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{ln(T_2/T_1)/\ln(V_1/V_2)}$

(D) $\dfrac{P_1\left[V_1 - V_2(T_2/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{ln(T_2/T_1)/\ln(V_2/V_1)}$

(E) $\dfrac{P_2\left[V_1 - V_2(T_2/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{ln(T_1/T_2)/\ln(V_2/V_1)}$

Solução:

Equação Geral dos Gases: $\frac{PV}{T} = cte \Rightarrow \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

Processo Adiabático: $PV^{\gamma} = cte \Rightarrow P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$

$$\begin{cases}\dfrac{P_1V_1}{T_1}=\dfrac{P_2V_2}{T_2}\\ P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{V_2T_1}{V_1T_2}\\ \dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{V_2^{\gamma}}{V_1^{\gamma}}\end{cases}\Rightarrow\frac{V_2^{\gamma}}{V_1^{\gamma}}=\frac{V_2T_1}{V_1T_2}\Leftrightarrow\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\left(\frac{T_1}{T_2}\right)\Leftrightarrow\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)\Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\Leftrightarrow \ln\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]=\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\Leftrightarrow(\gamma-1)\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)=\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\Leftrightarrow 1-\gamma=-\frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}\quad(\mathrm{I})$$

$$\begin{cases}\dfrac{P_1V_1}{T_1}=\dfrac{P_2V_2}{T_2}\\ P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{T_2}{T_1}=\dfrac{P_2V_2}{P_1V_1}\\ \dfrac{V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}=\dfrac{P_2}{P_1}\end{cases}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}\frac{V_2}{V_1}\Leftrightarrow\frac{T_2}{T_1}=\frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}\Rightarrow\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}=\frac{V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}\quad(\mathrm{II})$$

$$W_{12}=\frac{P_1V_1^{\gamma}}{1-\gamma}\left(V_2^{1-\gamma}-V_1^{1-\gamma}\right)\Rightarrow W_{12}=\frac{P_1}{1-\gamma}\left(V_2\frac{V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}-V_1\right)$$

Substituindo (I) e (II):

$$W_{12}=\frac{P_1}{-\dfrac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}}\left(V_2\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}-V_1\right)\Rightarrow\boxed{W_{12}=\frac{P_1\left[V_1-V_2\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right]}{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\Big/\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}}$$

Questão 17	**Letra: C**

Assinale a alternativa que expressa o trabalho necessário para colocar cada uma de quatro cargas elétricas iguais, q, nos vértices de um retângulo de altura a e base $2a\sqrt{2}$, sendo $k=1/4\pi\epsilon_0$, em que ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo.

(A) $\dfrac{k(4+\sqrt{2})q^2}{2a}$

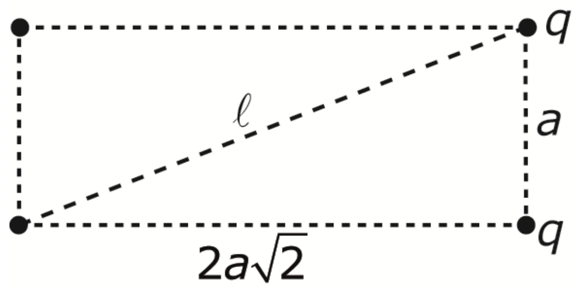
(B) $\dfrac{k(8+2\sqrt{2})q^2}{2a}$

(C) $\dfrac{k(16+3\sqrt{2})q^2}{6a}$

(D) $\dfrac{k(20+3\sqrt{2})q^2}{6a}$

(E) $\dfrac{k(12+3\sqrt{2})q^2}{2a}$

Solução:



$$\ell^2 = a^2 + 4a^2.2 \Leftrightarrow \ell^2 = 9a^2 \Rightarrow \ell = 3a$$

$$W = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a\sqrt{2}} + \frac{kq^2}{3a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a\sqrt{2}} + \frac{kq^2}{3a} \Leftrightarrow$$

$$W = \frac{kq^2}{a}\left[1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3}\right] \Leftrightarrow W = \frac{kq^2}{a}\left[2 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{3}\right] \Leftrightarrow$$

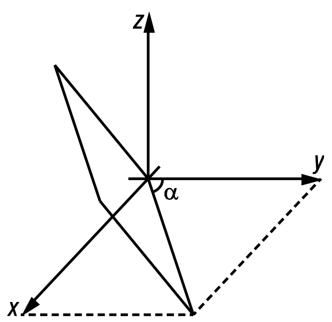
$$W = \frac{kq^2}{a}\left[\frac{6\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}\right] \Leftrightarrow W = \frac{kq^2}{a}\left[\frac{8\sqrt{2} + 3}{3\sqrt{2}}\right] \Leftrightarrow \boxed{W = \frac{kq^2}{a}\left[\frac{16 + 3\sqrt{2}}{6}\right]}$$

Questão 18	**Letra: E**

Uma espira quadrada, feita de um material metálico homogêneo e rígido, tem resistência elétrica R e é solta em uma região onde atuam o campo gravitacional $g = -ge_z$ e um campo magnético

$$B = \frac{B_0}{L}(-xe_x + ze_z)$$

Inicialmente a espira encontra-se suspensa, conforme a figura, com sua aresta inferior no plano xy num ângulo α com o eixo y, e o seu plano formando um ângulo β com z. Ao ser solta, a espira tende a



(A) girar para $\alpha > 0°$ se $\alpha = 0°$ e $\beta = 0°$.
(B) girar para $\alpha > 45°$ se $\alpha = 45°$ e $\beta = 0°$.
(C) girar para $\beta > 90°$ se $\alpha = 0°$ e $\beta = 90°$.
(D) girar para $\alpha > 0°$ se $\alpha = 0°$ e $\beta = 45°$.
(E) não girar se $\alpha = 45°$ e $\beta = 90°$.

Solução:
O campo de gravidade translada a espira paralelamente à posição inicial. Não há variação de fluxo em nenhum caso. Não há em induzida e, portanto, não há força magnética. Logo, não há giro em caso algum.

Questão 19	**Letra: E**

Um muon de meia-vida de 1,5 μs é criado a uma altura de 1 km da superfície da Terra devido à colisão de um raio cósmico com um núcleo e se desloca diretamente para o chão. Qual deve ser a magnitude mínima da velocidade do muon para que ele tenha 50% de probabilidade de chegar ao chão?

(A) $6,7 \times 10^7\ m/s$

(B) $1,2 \times 10^8\ m/s$

(C) $1,8 \times 10^8\ m/s$

(D) $2,0 \times 10^8\ m/s$

(E) $2,7 \times 10^8\ m/s$

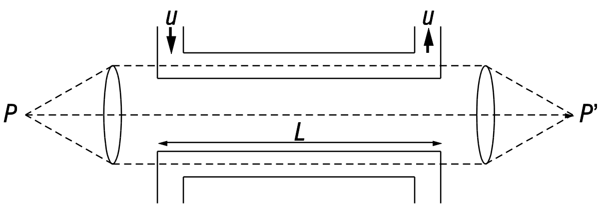
Solução:
Durante seu deslocamento vertical para a superfície terrestre, um observador constata o tempo de meia-vida para o múon como dilatado tipo Lorentz. Logo,

$$v.\frac{\tau}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = h \Rightarrow v.\frac{1,5.10^{-6}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 10^3 \Leftrightarrow 2,25v^2 = 10^{18} - \frac{v^2}{9}.10^2 \Leftrightarrow .$$

$$v^2(2,25+11) = 10^{18} \Leftrightarrow \boxed{v = 2,7.10^8\ m/s}$$

Questão 20	**Letra: B**

Luz de uma fonte de frequência *f* gerada no ponto P é conduzida através do sistema mostrado na figura. Se o tubo superior transporta um líquido com índice de refração *n* movendo-se com velocidade *u*, e o tubo inferior contêm o mesmo líquido em repouso, qual o valor mínimo de *u* para causar uma interferência destrutiva no ponto P'?



(A) $\frac{c^2}{2nLf}$

(B) $\frac{c^2}{2Lfn^2 - cn}$

(C) $\frac{c^2}{2Lfn^2 + cn}$

(D) $\frac{c^2}{2Lf(n^2-1) - cn}$

(E) $\frac{c^2}{2Lf(n^2-1) + cn}$

Solução:
No tubo onde o líquido se move, a luz se move a $v+u$. No tubo em repouso, a luz se move com velocidade v.

$$\begin{cases} v+u = f\lambda_1 \\ v = f\lambda_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{v+u}{f} \\ \lambda_2 = \dfrac{v}{f} \end{cases} \qquad \lambda_1 > \lambda_2$$

$$L = p\lambda_1 \Leftrightarrow p = \frac{L}{\lambda_1}$$

$$L = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda_2 \Rightarrow L = L\frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{\lambda_2}{2} \Leftrightarrow L - L\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_2}{2} \Leftrightarrow L\left[1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right] = \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow$$

$$L\left[1 - \frac{v}{\cancel{f}}\frac{\cancel{f}}{v+u}\right] = \frac{v}{2f} \Leftrightarrow L\left[1 - \frac{v}{v+u}\right] = \frac{v}{2f} \Leftrightarrow L\left[\frac{u}{v+u}\right] = \frac{v}{2f} \Leftrightarrow$$

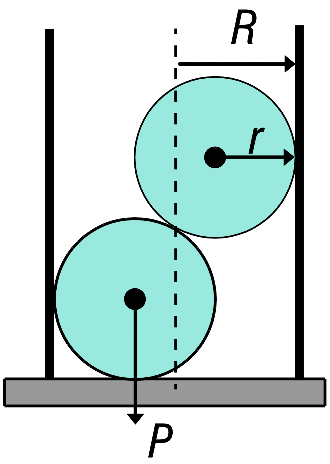
$$2fLu = v^2 + uv \Leftrightarrow 2fLu - uv = v^2 \Leftrightarrow u(2fL - v) = v^2 \Leftrightarrow$$

$$u = \frac{v^2}{2fL - v}, \quad \text{como } v \cong \frac{c}{n} \text{ vem:}$$

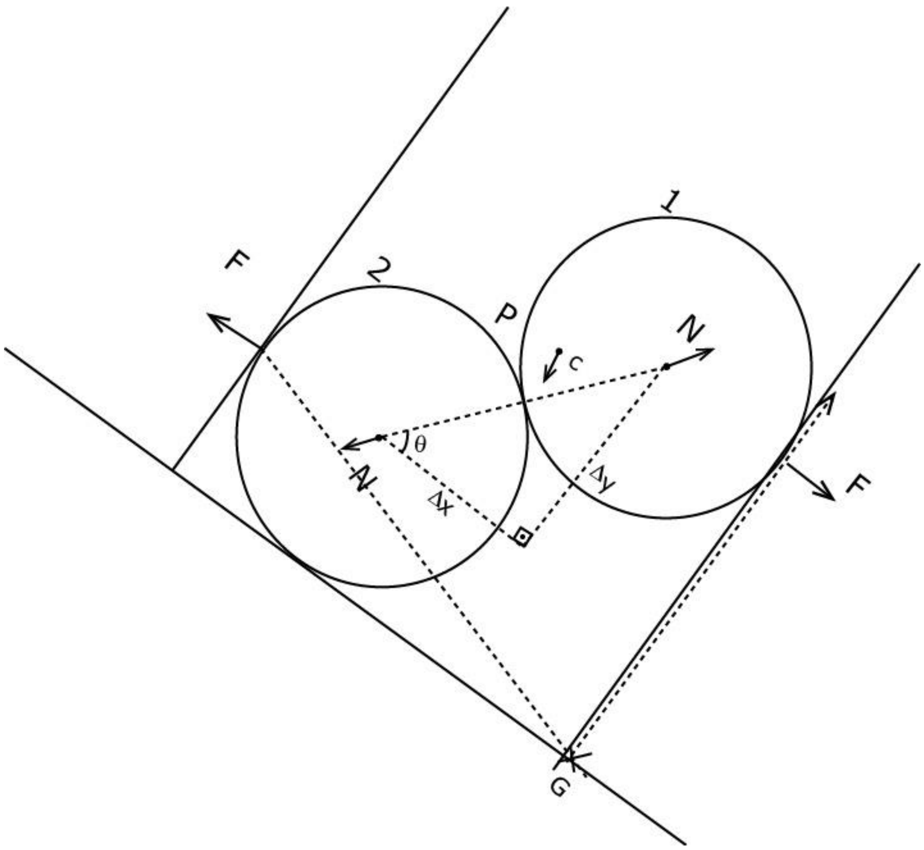
$$u = \frac{\frac{c^2}{n^2}}{2fL - \frac{c}{n}} \Leftrightarrow u = \frac{\frac{c^2}{n^2}}{\frac{2fLn - c}{n}} \Leftrightarrow u = \frac{c^2}{n^{\cancel{2}}}\frac{\cancel{n}}{2fLn - c} \Leftrightarrow \boxed{u = \frac{c^2}{2fLn^2 - cn}}$$

Questão 21

A figura mostra um tubo cilíndrico de raio R apoiado numa superfície horizontal, cm cujo interior encontram-se em repouso duas bolas idênticas, de raio $r = 3R / 4$ e peso P cada uma. Determine o peso mínimo P_c do cilindro para que o sistema permaneça em equilíbrio.



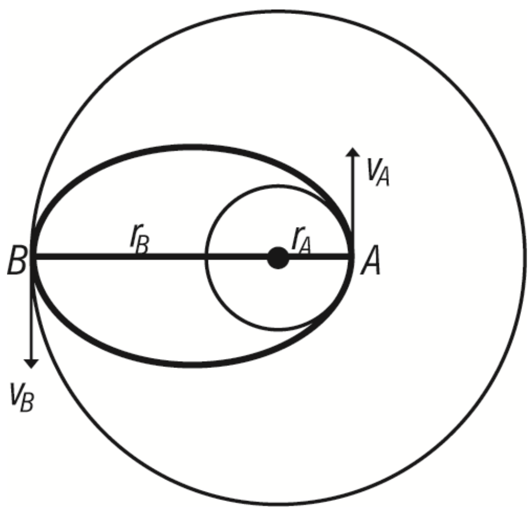
Solução:
Pelas condições de equilíbrio, as forças realizadas pelas esferas sobre a casca cilíndrica são de mesma intensidade $F = N\cos\theta$, mesma direção e sentidos opostos, compondo um binário de torque $\tau_F = F.\Delta y$, com eixo instantâneo de giro em G. Tal movimento será equilibrado pelo torque da força peso do cilindro em torno de G, de módulo $\tau_{P_C} = R.P_C$.



Como na esfera 1 $Nsen\theta = P$, temos $R.P_C = \frac{P}{tg\theta}.\Delta y \Rightarrow R.P_C = P.\Delta x = P.\frac{R}{2} \Rightarrow \boxed{P_C = \frac{P}{2}}$.

Questão 22

Uma nave espacial segue inicialmente uma trajetória circular de raio r_A em torno da Terra. Para que a nave percorra uma nova órbita também circular, de raio $r_B > r_A$, é necessário por razões de economia fazer com que ela percorra antes uma trajetória semielíptica, denominada órbita de transferência de Hohmann, mostrada na figura. Para tanto, são fornecidos à nave dois impulsos, a saber no saber no ponto A, ao iniciar sua órbita de transferência, e no ponto *B*, ao iniciar sua outra órbita circular. Sendo *M* a massa da Terra. *G*, a constante da gravitação universal; *m* e *v*, respectivamente, a massa e a velocidade da nave; e constante a grandeza *mrv* na órbita elíptica, pede-se a energia necessária para a transferência de órbita da nave no ponto *B*.



Solução:

Para o estado final do sistema de órbita circular r_B, sabemos que a energia mecânica é dada por:

$E_m = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GMm}{r_B}$ e devido ao movimento circular temos

$$\frac{\cancel{m}v^2}{\cancel{R}} = \frac{GM\cancel{m}}{R^{\cancel{2}}} \Rightarrow v_f^2 = \frac{GM}{r_B} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}m\frac{GM}{r_B} - \frac{GMm}{r_B} \Leftrightarrow E_m = -\frac{GMm}{2r_B}.$$

Já para o estado intermediário do sistema, correspondendo à órbita semielíptica, observamos a Conservação da Energia e, também, a Conservação do Momento Angular, logo,

$$\begin{cases} Energia: E_{\text{int}} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{GMm}{r_B} = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} \\ Momento\ angular: \cancel{m}r_A v_A = \cancel{m}r_B v_B \Leftrightarrow r_A v_A = r_B v_B \end{cases}$$

o que confere para a energia do sistema em seu estado intermediário o valor $E_{\text{int}} = -\frac{GMm}{r_A + r_B}$.

Então, a energia necessária para a transferência de órbita da nave no ponto B é $\boxed{\Delta E_B = GMm\left[\frac{1}{r_A + r_B} - \frac{1}{2r_B}\right]}$.

Questão 23

Num copo de guaraná, observa-se a formação de bolhas de CO_2 que sobem à superfície. Desenvolva um modelo físico simples para descrever este movimento e, com base em grandezas intervenientes, estime numericamente o valor da aceleração inicial de uma bolha formada no fundo do copo.

Solução:

$$F_r = ma = E - P \Rightarrow \mu.V.a = \mu_L gV - \mu gV \Leftrightarrow a = g\left(\frac{\mu_L}{\mu} - 1\right)$$

Considerando um gás ideal:

$\mu = \frac{P.M}{RT}$; onde $P = P_0 + \mu_L gh$.

Fazendo as estimativas:

$$\begin{cases} P_0 = 1.10^5 Pa \quad e \quad T = 17°C = 290K \\ \mu_L = 1.10^3\ kg/m^3 \\ h = 10\,cm = 10^{-1}m \quad e \quad g = 10\,m/s^2 \end{cases}$$

$P = 1,01.10^5 Pa$

Então:

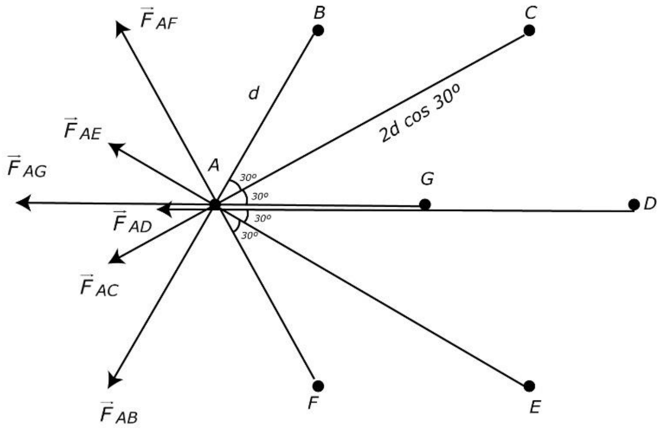
$$\mu = \frac{1,01.10^5.44.10^{-3}}{8.290} \cong 1,91\,kg/m^3$$

$$a \cong 10\left(\frac{1.10^3}{1,91} - 1\right) \Rightarrow \boxed{a \cong 5225\,m/s^2}$$

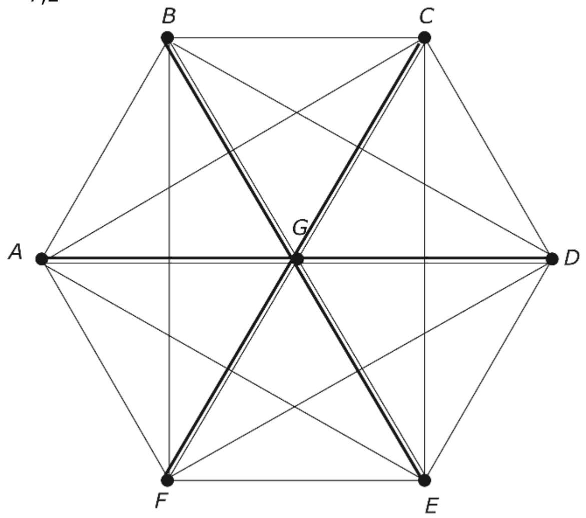
Questão 24

Uma carga *q* ocupa o centro de um hexágono regular de lado *d* tendo em cada vértice uma carga idêntica *q*. Estando todas a sete cargas interligadas por fios inextensíveis, determine as tensões em cada um deles.

Solução:
Isolando a carga A:



Note que, "estando todas as sete cargas interligadas...":
$C_{7,2}$= 21 cabos.



<u>12 cabos apresentam:</u>
$F_{AG} = T_{AB} = T_{BC} = T_{CD} = T_{DE} = T_{EF} = T_{FA} = T_{AG} = T_{BG} = T_{CG} = T_{DG} = T_{EG} = T_{FG}$

$$F_{AG} = \frac{Kq^2}{d^2}$$

6 cabos apresentam:
$F_{AC} = T_{AC} = T_{CE} = T_{EA} = T_{BD} = T_{BE} = T_{BF}$

$$F_{AC} = \frac{Kq^2}{(d\sqrt{3})^2} = \frac{Kq^2}{3d^2}$$

<u>3 cabos apresentam</u>:

$F_{AD} = T_{AD} = T_{BE} = T_{CF} = \dfrac{Kq^2}{(2d)^2} = \dfrac{Kq^2}{4d^2}$

Questão 25

Neutrons podem atravessar uma fina camada de chumbo, mas têm sua energia cinética absorvida com alta eficiência na água ou em materiais com elevada concentração de hidrogênio. Explique este efeito considerando um nêutron de massa *m* e velocidade v_0 que efetua uma colisão clástica e central com um átomo qualquer de massa *M* incialmente em repouso.

Solução:
Pela Conservação do Momento e da Energia numa colisão elástica e central, como acima mencionada, temos:

$$mv_0 = mv + MV \Rightarrow \frac{m}{M}(v_0 - v) = V$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} \Rightarrow \frac{m}{M}(v_0^2 - v^2) = V^2 \Rightarrow \cancel{\frac{m}{M}(v_0 - v)}(v_0 + v) = \left[\frac{m}{M}(v_0 - v)\right]^{\cancel{2}} \Rightarrow$$

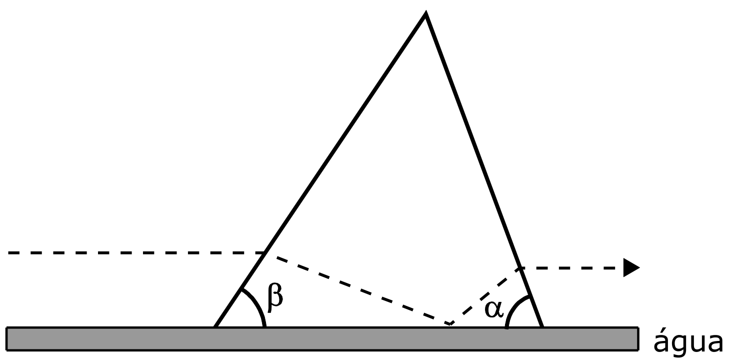
$$(v_0 + v) = \frac{m}{M}(v_0 - v) \Rightarrow v = -\frac{\left(1 - \frac{m}{M}\right)}{\left(1 + \frac{m}{M}\right)} v_0$$

Com esse resultado final para v, verificamos que na colisão acima descrita entre o nêutron e um átomo de hidrogênio, a velocidade final do nêutron v é muito aproximadamente zero, pois a massa de um nêutron é praticamente idêntica à massa do átomo de hidrogênio.

$$\boxed{\frac{m}{M} \cong 1 \Rightarrow v \to 0}$$

Questão 26

A base horizontal de um prisma de vidro encontra-se em contato com a superfície da água de um recipiente. A figura mostra a seção reta triangular deste prisma, com dois de seus ângulos, α e β. Um raio de luz propaga-se no ar paralelamente à superfície da água e perpendicular ao eixo do prisma, nele incidindo do lado do ângulo β, cujo valor é tal que o raio sofre reflexão total na interface da superfície vidro-água. Determine o ângulo α tal que o raio emerja horizontalmente do prisma. O índice de refração da água é 4/3 e, o do vidro, $\sqrt{19}/3$.



Solução:
Apesar de o enunciado não ter deixado claro, consideraremos o ângulo de reflexão total como **mínimo**. Logo,

$$n_{vidro}.\text{sen}\theta = n_{água}.\text{sen}90° \Rightarrow \frac{\sqrt{19}}{3}\text{sen}\theta = \frac{4}{3}.1 \Leftrightarrow \text{sen}\theta = \frac{4}{\sqrt{19}} \Rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$$

Interface vidro-ar:

$$\frac{\sqrt{19}}{3}\text{sen}(\theta-\alpha) = 1.\text{sen}(90-\alpha) \Leftrightarrow$$

$$\frac{\sqrt{19}}{3}(\text{sen}\theta\cos\alpha - \text{sen}\alpha\cos\theta) = \cos\alpha \Leftrightarrow \text{sen}\theta - \text{tg}\alpha\cos\theta = \frac{3}{\sqrt{19}} \Rightarrow$$

$$\frac{4}{\sqrt{19}} - \text{tg}\alpha\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}} = \frac{3}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \text{tg}\alpha.\sqrt{3} = 1 \Leftrightarrow \text{tg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

Questão 27	

Morando em quartos separados e vizando economizar energia, dois estudantes combinam de interligar em série cada uma de suas lâmpadas de 100 W. Porém, verificando a redução da claridade em cada quarto, um estudante troca a sua lâmpada de 100 W para uma de 200 W enquanto o outro também troca a sua de 100 W para uma de 50 W. Em termos de claridade, houve vantagem para algum deles? Por quê? Justifique quantitativamente.

Solução:
Inicialmente:

$$R_{0_1} = R_{0_2} = \frac{V^2}{100}$$

$$R_{eq_0} = \frac{V^2}{50}$$

$$i_0 = \frac{V}{R_{eq_0}} = \frac{50}{V}$$

$$P_{0_1} = P_{0_2} = R_1.i_0^2 = \frac{V^2}{100}.\left(\frac{50}{V}\right)^2 = 25W$$

Após a troca:

$$R_1 = \frac{V^2}{200}$$

$$R_2 = \frac{V^2}{50}$$

$$R_{eq} = \frac{V^2}{200} + \frac{V^2}{50} = \frac{V^2}{40}$$

$$i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{40}{V}$$

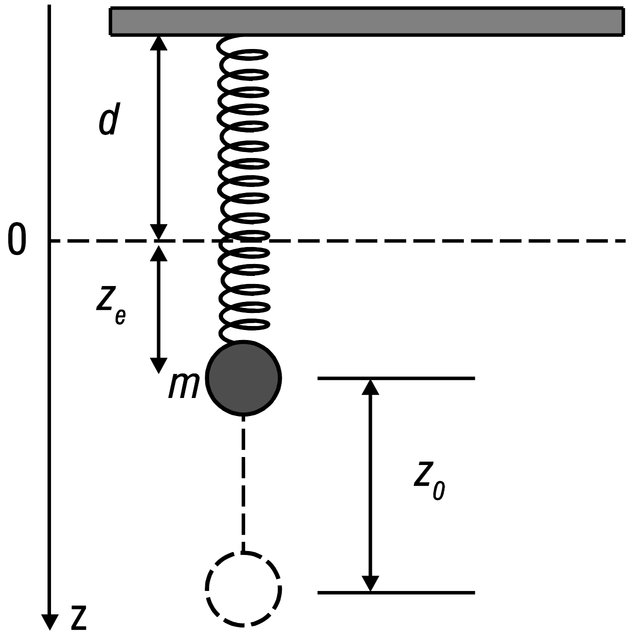
$$P_1 = R_1.i^2 = \frac{V^2}{200}.\frac{1600}{V^2} = 8W$$

$$P_2 = R_2.i^2 = \frac{V^2}{50}.\frac{1600}{V^2} = 32W$$

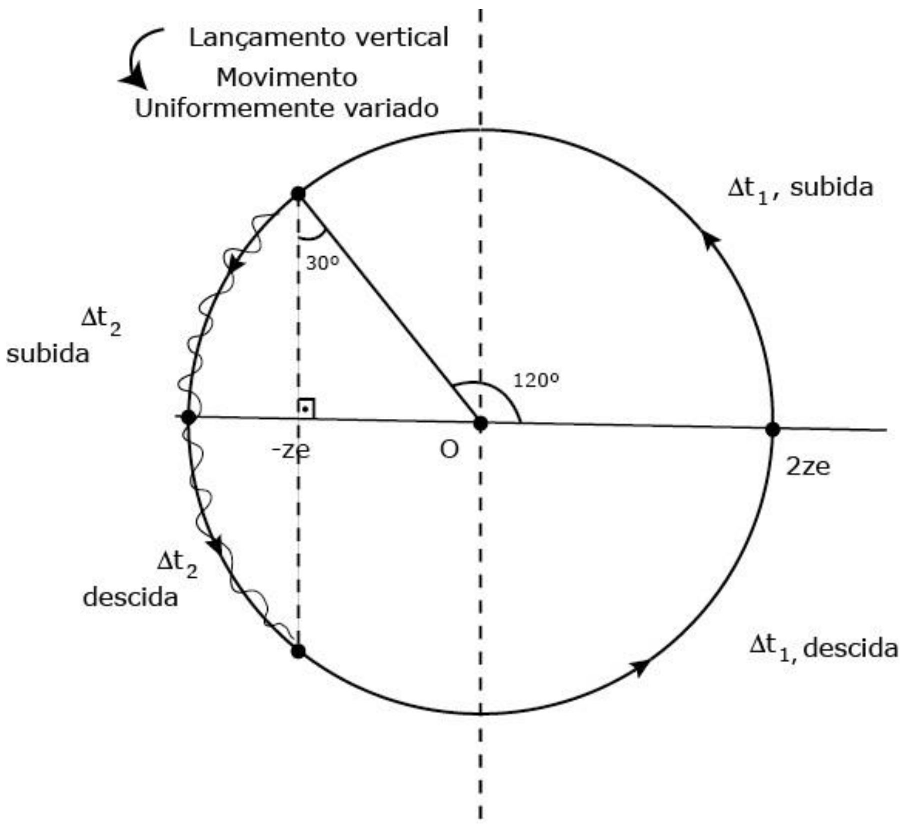
A claridade aumentou para aquele que substitui por uma lâmpada de 50W e diminui para o estudante que trocou por outra de 200W.

Questão 28

Uma massa m suspensa por uma mola elástica hipotética, de constante de mola k e comprimento d, descreve um movimento oscilatório de frequência angular $\omega = \sqrt{k/m}$ quando ela é deslocada para uma posição $z_0 = 2z_e$, abaixo de sua posição de equilíbrio em $z = z_e$, e solta em seguida. Considerando nula a força da mola para $z < 0$, determine o período de oscilação da massa e os valores de z entre os quais a mesma oscila.



Solução:



$$\Delta t_1 = \frac{120°}{360°}.2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Por Conservação da Energia:

$\frac{9kz_e^2}{2} = mg.3z_e + \frac{kz_e^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$; no equilíbrio $z_e = \frac{mg}{k}$ teremos:

$$v = g\sqrt{\frac{2m}{k}}; \quad em \quad z = 0 \Rightarrow \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2m}{k}}$$

Com isto, o período de oscilação será:

$$T = 2\Delta t_1 + 2\Delta t_2 \Rightarrow T = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}} + 2\sqrt{\frac{2m}{k}} \Leftrightarrow T = \sqrt{\frac{m}{k}}\left(\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{2}\right)$$

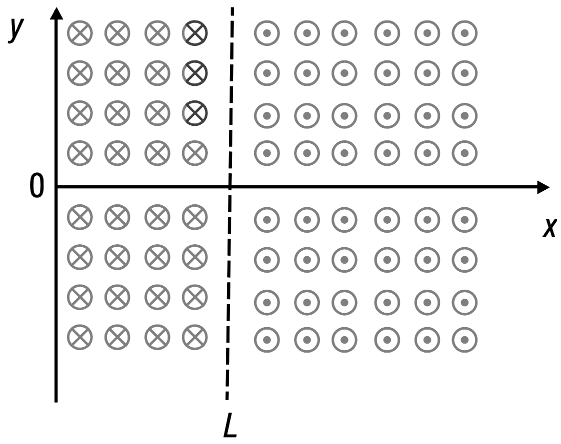
Por Torricelli:

$$v_f^2 = v^2 - 2gh \Rightarrow h = \frac{g^2.\frac{2m}{k}}{2g} = \frac{mg}{k} = z_e$$

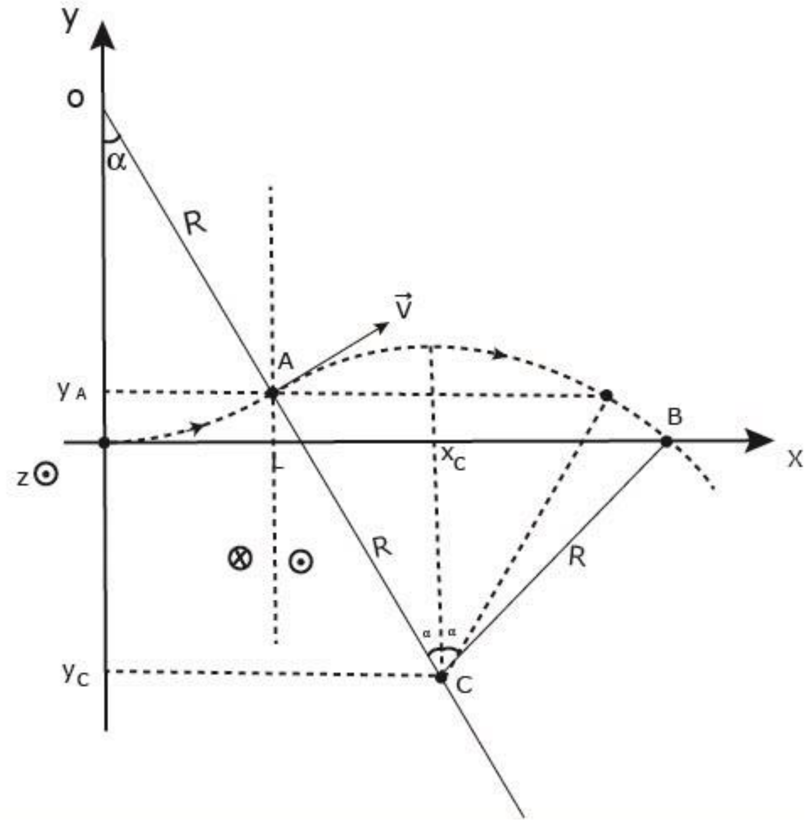
A massa oscila entre: $\boxed{-z_e \ \ e \ \ 3z_e}$.

Questão 29

Um próton com uma velocidade $v = 0,80 \times 10^7 e_x \ m/s$ move-se ao longo do eixo *x* de um referencial, entrando numa região em que atuam campos de indução magnéticos. Para *x* de 0 a *L*, em que *L* = 0,85 m, atua um campo de intensidade *B* = 50 mT na direção negativa do eixo *z*. Para *x* > *L*, um outro campo de mesma intensidade atua na direção positiva do eixo z. Sendo a massa do próton de $1,7 \times 10^{-27}$ kg e sua carga elétrica de $1,6 \times 10^{-19}$ C, descreva a trajetória do próton e determine os pontos onde ele cruza a reta *x* = 0,85 m e a reta *y* = 0 m.



Solução:



$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1,7.10^{-27}.0,8.10^{7}}{1,6.10^{-19}.50.10^{-3}} \Rightarrow R = 1,7m$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{L}{R} = \frac{0,85}{1,7} \Rightarrow \alpha = 30°$$

$$y_A = R - R\cos\alpha \Rightarrow y_A = 1,7\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \boxed{y_A = 0,255m}$$

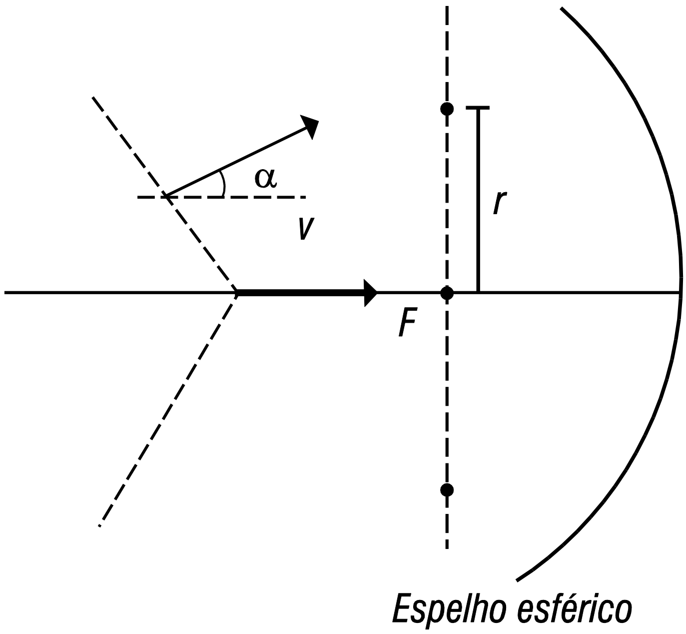
$$x_C = L + R\text{sen}30° \Rightarrow x_C = 0,85 + 1,7.0,5 \Leftrightarrow x_C = 1,7m$$

$$y_C = -\left(R\cos 30° - y_A\right) \Rightarrow y_C = -\left(1,7.\frac{1,7}{2} - 0,255\right) \Leftrightarrow y_C = -1,19m$$

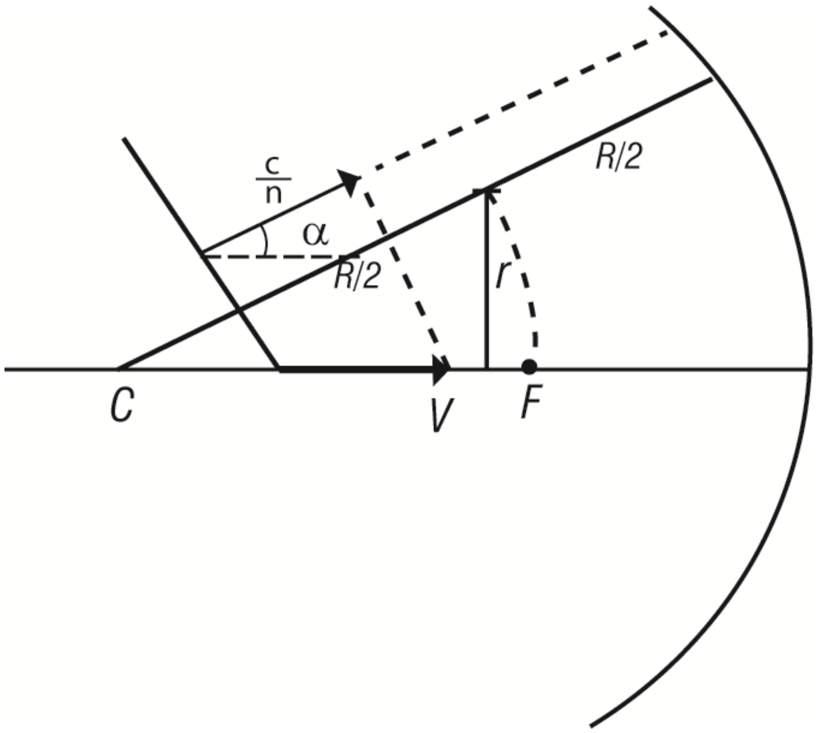
$$\left(x - x_C\right)^2 + \left(y - y_C\right)^2 = R^2 \Rightarrow \left(x_B - 1,7\right)^2 + \left(0 - \left(-1,19\right)\right)^2 = 1,7^2 \Leftrightarrow \boxed{x_B = 2,91m}$$

Questão 30	

Uma partícula eletricamente carregada move-se num meio de índice de refração n com uma velocidade $v = \beta c$, em que $\beta > 1$ e c é a velocidade da luz. A cada instante, a posição da partícula se constitui no vértice de uma frente de onda cônica de luz por ela produzida que se propaga numa direção α em relação à da trajetória da partícula, incidindo em um espelho esférico de raio r, como mostra a figura. Após se refletirem no espelho, as ondas convergem para um mesmo anel no plano focal do espelho em F. Calcule o ângulo α e a velocidade v da partícula em função de c, r, R e n.



Solução:



$$v\cos\alpha = \frac{c}{n}$$

$$v = \frac{c}{n\cos\alpha} \ (1)$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2r}{R} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arc\,sen}\frac{2r}{R}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{4r^2}{R^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{R^2 - 4r^2}}{R}$$

$$v = \frac{c}{n}\frac{R}{\sqrt{R^2 - 4r^2}}$$

Obs.: No caso da pequena abertura, e α pequeno, como a figura indica tem-se:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2r}{R} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\frac{2r}{R}$$

$$1 = \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1 + \frac{4r^2}{R^2}}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{R^2}{R^2 + 4r^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 4r^2}}$$

$$v = \frac{c}{n}\frac{\sqrt{R^2 + 4r^2}}{R}$$