

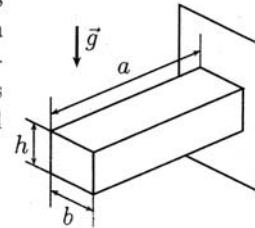
**GABARITO ITA - 2013/2014**

<b>01.</b>	<b>D</b>
<b>02.</b>	<b>C</b>
<b>03.</b>	<b>E</b>
<b>04.</b>	<b>B</b>
<b>05.</b>	<b>A</b>
<b>06.</b>	<b>C</b>
<b>07.</b>	<b>B</b>
<b>08.</b>	<b>C</b>
<b>09.</b>	<b>D</b>
<b>10.</b>	<b>B</b>
<b>11.</b>	<b>C</b>
<b>12.</b>	<b>D</b>
<b>13.</b>	<b>E</b>
<b>14.</b>	<b>A</b>
<b>15.</b>	<b>D</b>
<b>16.</b>	<b>D</b>
<b>17.</b>	<b>C</b>
<b>18.</b>	<b>C</b>
<b>19.</b>	<b>A</b>
<b>20.</b>	<b>B</b>

## GABARITO COMENTADO – FÍSICA

**Símbolos adotados nesta prova:**  $g$ : módulo da gravidade na superfície da Terra.  $G$ : constante gravitacional universal.  $c$ : velocidade da luz no vácuo.  $\hbar$ : constante de Planck reduzida.

**Questão 1.** O módulo de Young de um material mede sua resistência a deformações causadas por esforços externos. Numa parede vertical, encontra-se engastado um sólido maciço de massa específica  $\rho$  e módulo de Young  $\mathcal{E}$ , em formato de paralelepípedo reto, cujas dimensões são indicadas na figura. Com base nas correlações entre grandezas físicas, assinale a alternativa que melhor expressa a deflexão vertical sofrida pela extremidade livre do sólido pela ação do seu próprio peso.



- A ( )  $3\rho g a b / (2\mathcal{E})$       B ( )  $3\rho g b^2 / (2\mathcal{E})$       C ( )  $3\mathcal{E} b^2 h^2 / (2\rho g a^4)$   
 D ( )  $3\rho g a^4 / (2\mathcal{E} h^2)$       E ( )  $3\rho g b h / (2\mathcal{E})$

### Solução:

A deflexão vertical deve independe de  $b$  porque o peso é proporcional a  $b$ . Assim, por eliminação, obtém-se a resposta D.

### Opção: D

**Questão 2.** Considere dois satélites artificiais  $S$  e  $T$  em torno da Terra.  $S$  descreve uma órbita elíptica com semieixo maior  $a$ , e  $T$ , uma órbita circular de raio  $a$ , com os respectivos vetores posição  $\vec{r}_S$  e  $\vec{r}_T$  com origem no centro da Terra. É correto afirmar que

- A ( ) para o mesmo intervalo de tempo, a área varrida por  $\vec{r}_S$  é igual à varrida por  $\vec{r}_T$ .  
 B ( ) para o mesmo intervalo de tempo, a área varrida por  $\vec{r}_S$  é maior que a varrida por  $\vec{r}_T$ .  
 C ( ) o período de translação de  $S$  é igual ao de  $T$ .  
 D ( ) o período de translação de  $S$  é maior que o de  $T$ .  
 E ( ) se  $S$  e  $T$  têm a mesma massa, então a energia mecânica de  $S$  é maior que a de  $T$ .

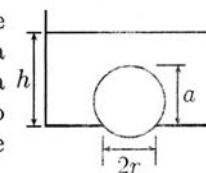
### Solução:

Pela terceira lei de Kepler, se tem  $\frac{T^2}{a^3} = cte$ , logo:

$$\frac{T_S^2}{a^3} = \frac{T_T^2}{a^3} \Leftrightarrow T_S = T_T$$

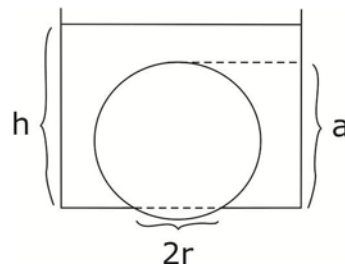
### Opção: C

**Questão 3.** Uma esfera de massa  $m$  tampa um buraco circular de raio  $r$  no fundo de um recipiente cheio de água de massa específica  $\rho$ . Baixando-se lentamente o nível da água, num dado momento a esfera se desprende do fundo do recipiente. Assinale a alternativa que expressa a altura  $h$  do nível de água para que isto aconteça, sabendo que o topo da esfera, a uma altura  $a$  do fundo do recipiente, permanece sempre coberto de água.



- A ( )  $m / (\rho \pi a^2)$       B ( )  $m / (\rho \pi r^2)$       C ( )  $a(3r^2 + a^2) / (6r^2)$   
 D ( )  $a/2 - m / (\rho \pi r^2)$       E ( )  $a(3r^2 + a^2) / (6r^2) - m / (\rho \pi r^2)$

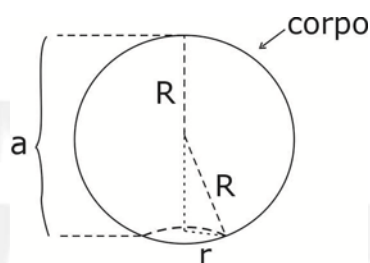
Solução:



Seja  $F$  a força exercida pela água sobre o corpo. Então, supondo  $F$  vertical para cima, a condição para  $h$  será:

$$F = mg \Rightarrow \rho Vg - \pi r^2 \cdot \rho gh = mg \Rightarrow h = \frac{\rho V - m}{\pi r^2 \rho} \Leftrightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} - \frac{m}{\pi r^2 \rho}$$

Cálculo do volume do corpo, que é uma calota esférica de altura  $a$ , em função dos dados do enunciado:



$$a = R + \sqrt{R^2 - r^2} \Rightarrow (a - R)^2 = R^2 - r^2 \Leftrightarrow a^2 - 2aR = -r^2 \Leftrightarrow R = \frac{a^2 + r^2}{2a} \Rightarrow$$

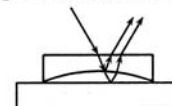
$$\frac{V}{\pi r^2} = \frac{1}{\pi r^2} \cdot \pi \left( \frac{a^2 + r^2}{2a} \cdot a^2 - \frac{a^3}{3} \right) \Leftrightarrow \frac{V}{\pi r^2} = \frac{1}{6r^3} (3a^2 + 3r^2a - 2a^3) \Leftrightarrow \frac{V}{\pi r^2} = \frac{a^3 + 3ar^2}{6r^2}$$

Substituindo em  $h$  obtemos:

$$h = \frac{a^3 + 3ar^2}{6r^2} - \frac{m}{\pi r^2 \rho}$$

Opção: E

**Questão 4.** Sobre uma placa de vidro plana é colocada uma lente plano-côncava, com 1,50 de índice de refração e concavidade de 8,00 m de raio voltada para baixo. Com a lente iluminada perpendicularmente de cima por uma luz de comprimento de onda 589 nm (no ar), aparece um padrão de interferência com um ponto escuro central circundado por anéis, dos quais 50 são escuros, inclusive o mais externo na borda da lente. Este padrão de interferência aparece devido ao filme de ar entre a lente e a placa de vidro (como esquematizado na figura). A espessura da camada de ar no centro do padrão de interferência e a distância focal da lente são, respectivamente,



A ( ) 14,7  $\mu\text{m}$  e -10,0 m.

B ( ) 14,7  $\mu\text{m}$  e -16,0 m.

C ( ) 238  $\mu\text{m}$  e -8,00 m.

D ( ) 35,2  $\mu\text{m}$  e 16,0 m.

E ( ) 29,4  $\mu\text{m}$  e -16,0 m.

**Solução:**

$$2d = m\lambda \quad e \quad m = 50$$

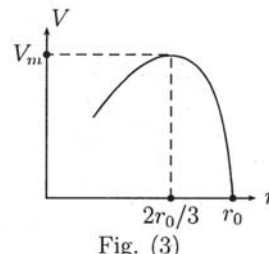
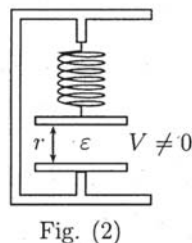
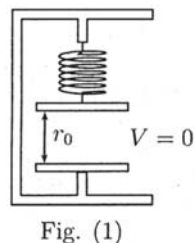
$$d = \frac{50.589}{2} \cdot 10^{-3} = 14,7 \mu\text{m}$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( -\frac{1}{R} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (1,5-1) \left( -\frac{1}{8} \right) = -\frac{1}{16} \Rightarrow \boxed{f = -16 \text{ m}}$$

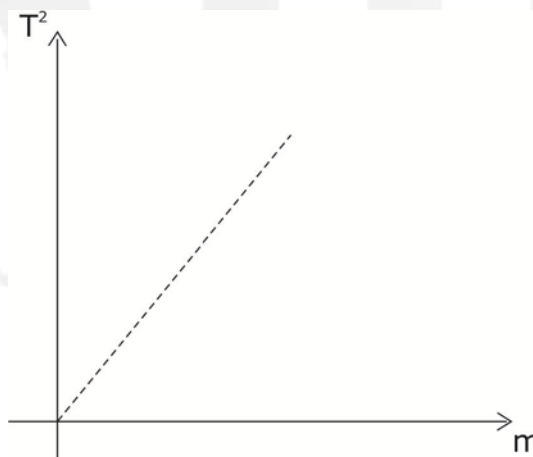
**Opção: B**

**Questão 5.** Um capacitor de placas planas paralelas de área  $A$ , separadas entre si por uma distância inicial  $r_0$  muito menor que as dimensões dessa área, tem sua placa inferior fixada numa base isolante e a superior suspensa por uma mola (figura (1)). Dispondo-se uma massa  $m$  sobre a placa superior, resultam pequenas oscilações de período  $T$  do conjunto placa superior + massa  $m$ . Variando-se  $m$ , obtém-se um gráfico de  $T^2$  versus  $m$ , do qual, após ajuste linear, se extrai o coeficiente angular  $\alpha$ . A seguir, após remover a massa  $m$  da placa superior e colocando entre as placas um meio dielétrico sem resistência ao movimento, aplica-se entre elas uma diferença de potencial  $V$  e monitora-se a separação  $r$  de equilíbrio (figuras (2) e (3)). Nestas condições, a permissividade  $\epsilon$  do meio entre as placas é

- A ( )  $32\pi^2 r_0^3 / (27\alpha AV_m^2)$ .
- B ( )  $16\pi^2 r_0^3 / (27\alpha AV_m^2)$ .
- C ( )  $8\pi^2 r_0^3 / (27\alpha AV_m^2)$ .
- D ( )  $4\pi^2 r_0^3 / (\alpha AV_m^2)$ .
- E ( )  $16\pi^2 r^3 / (27\alpha AV^2)$ .



**Solução:**



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K} \Rightarrow \alpha = \frac{4\pi^2}{K} \Leftrightarrow K = \frac{4\pi^2}{\alpha}$$

Obs: Como o gráfico é uma reta, podemos supor que a massa da placa é desprezível.

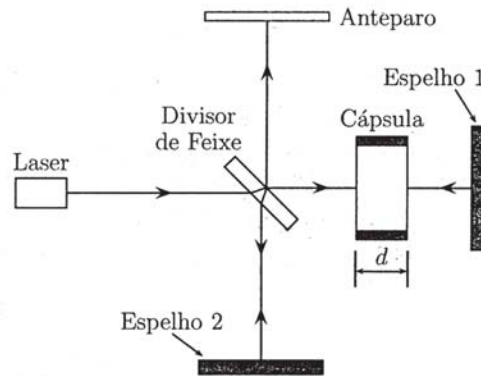
No capacitor carregado, a força exercida pela mola equilibra a atração entre as placas:

$$K(r_0 - r) = Q \cdot \frac{E}{2} = CV \cdot \frac{V}{2r} = \frac{\epsilon A}{r} \cdot \frac{V^2}{2r} = \frac{\epsilon A}{2} \cdot \frac{V^2}{r^2} \Rightarrow V^2 = \frac{2K}{\epsilon A} (r - r_0) r^2$$

Do gráfico,  $V$  é máximo para  $r = \frac{2r_0}{3}$ , logo  $V_m^2 = \frac{8Kr_0^3}{27\varepsilon A}$ . Donde  $\varepsilon = \frac{32\pi^2 r_0^3}{27\alpha AV_m^2}$ .

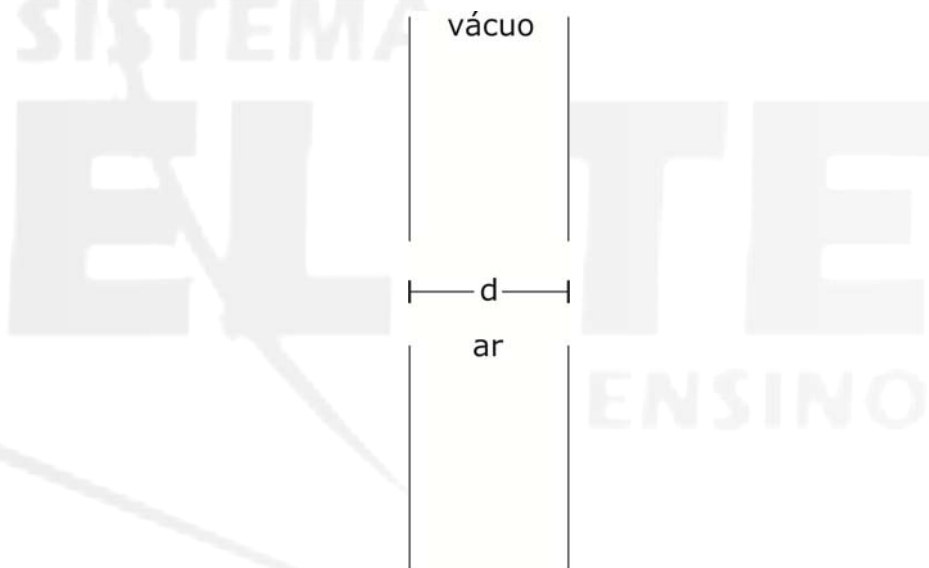
**Opção: A**

**Questão 6.** A figura mostra um interferômetro de Michelson adaptado para determinar o índice de refração do ar. As características do padrão de interferência dos dois feixes incidentes no anteparo dependem da diferença de fase entre eles, neste caso, influenciada pela cápsula contendo ar. Reduzindo a pressão na cápsula de 1 atm até zero (vácuo), nota-se que a ordem das franjas de interferências sofre um deslocamento de  $N$ , ou seja, a franja de ordem 0 passa a ocupar o lugar da de ordem  $N$ , a franja de ordem 1 ocupa o lugar da de ordem  $N + 1$ , e assim sucessivamente. Sendo  $d$  a espessura da cápsula e  $\lambda$  o comprimento de onda da luz no vácuo, o índice de refração do ar é igual a



- A ( )  $N\lambda/d$ .      B ( )  $N\lambda/(2d)$ .      C ( )  $1 + N\lambda/d$ .      D ( )  $1 + N\lambda/(2d)$ .      E ( )  $1 - N\lambda/d$ .

**Solução:**



$$\begin{cases} d = p\lambda \\ d = (p + N)\frac{\lambda}{n} \Rightarrow p\lambda = (p + N)\frac{\lambda}{n} \end{cases}$$

$$np = p + N \Rightarrow (n - 1)p = N \Rightarrow p = \frac{N}{n - 1}$$

$$d = \frac{N\lambda}{n - 1} \Rightarrow n - 1 = \frac{N\lambda}{d} \Rightarrow \boxed{n = 1 + \frac{N\lambda}{d}}$$

**Opção: C**

**Questão 7.** É muito comum a ocorrência de impurezas em cristais semicondutores. Em primeira aproximação, a energia de ionização dessas impurezas pode ser calculada num modelo semelhante ao do átomo de hidrogênio. Considere um semicondutor com uma impureza de carga  $+e$  atraindo um elétron de carga  $-e$ . Devido a interações com os átomos da rede cristalina, o elétron, no semicondutor, possui uma massa igual a  $m_r m_0$ , em que  $m_0$  é a massa de repouso do elétron e  $m_r$ , uma constante adimensional. O conjunto impureza/elétron está imerso no meio semicondutor de permissividade relativa  $\epsilon_r$ . A razão entre a energia de ionização desta impureza e a energia de ionização do átomo de hidrogênio é igual a

- A ( ) 1.            B ( )  $m_r/\epsilon_r^2$ .            C ( )  $\epsilon_r^2/m_r$ .            D ( )  $m_r/\epsilon_r$ .            E ( )  $\epsilon_r/m_r$ .

**Solução:**

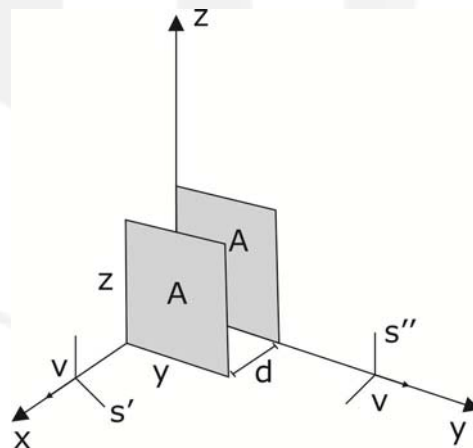
$$\begin{cases} E_0 = -\frac{m_0 e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \\ E_I = -\frac{m_r m_0 e^4}{8\epsilon_r^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_I}{E_0} = \frac{m_r}{\epsilon_r^2}$$

**Opção: B**

**Questão 8.** Considere um capacitor de placas paralelas ao plano  $yz$  tendo um campo elétrico de intensidade  $E$  entre elas, medido por um referencial  $S$  em repouso em relação ao capacitor. Dois outros referenciais,  $S'$  e  $S''$ , que se movem com velocidade de módulo  $v$  constante em relação a  $S$  nas direções de  $x$  e  $y$ , nesta ordem, medem as respectivas intensidades  $E'$  e  $E''$  dos campos elétricos entre as placas do capacitor. Sendo  $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$ , pode-se dizer que  $E'/E$  e  $E''/E$  são, respectivamente, iguais a

- A ( ) 1 e 1.            B ( )  $\gamma$  e 1.            C ( ) 1 e  $\gamma$ .            D ( )  $\gamma$  e  $1/\gamma$ .            E ( ) 1 e  $1/\gamma$ .

**Solução:**



$$Q = CV = \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot Ed = \epsilon_0 AE$$

$$\begin{cases} Q = \epsilon_0 xyE \\ Q = \epsilon_0 xyE' \\ Q = \epsilon_0 x \frac{y}{\gamma} E'' \end{cases} \Rightarrow \frac{E}{E'} = 1 \text{ e } \frac{E''}{E} = \gamma$$

**Opção: C**

Questão 9. Considere as afirmações a seguir:

- I. Em equilíbrio eletrostático, uma superfície metálica é equipotencial.
- II. Um objeto eletrostaticamente carregado induz uma carga uniformemente distribuída numa superfície metálica próxima quando em equilíbrio eletrostático.
- III. Uma carga negativa desloca-se da região de maior para a de menor potencial elétrico.
- IV. É nulo o trabalho para se deslocar uma carga teste do infinito até o ponto médio entre duas cargas pontuais de mesmo módulo e sinais opostos.

Destas afirmações, é (são) correta(s) somente

- A ( ) I e II.      B ( ) I, II e III.      C ( ) I, II e IV.      D ( ) I e IV.      E ( ) III.

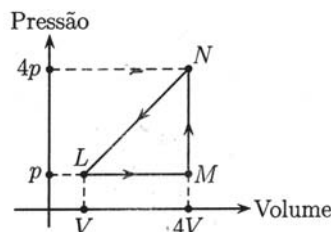
**Solução:**

- I – Verdadeira
- II – Falsa
- III – Falsa
- IV – Verdadeira

**Opção: D**

Questão 10. Um recipiente contém um gás monoatômico ideal inicialmente no estado  $L$ , com pressão  $p$  e volume  $V$ . O gás é submetido a uma transformação cíclica  $LMNL$ , absorvendo de uma fonte quente uma quantidade de calor  $Q_1$  e cedendo a uma fonte fria uma quantidade de calor  $Q_2$ . Pode-se afirmar que  $Q_1$  é igual a

- A ( )  $30pV$ .      B ( )  $51pV/2$ .      C ( )  $8pV$ .  
 D ( )  $15pV/2$ .      E ( )  $9pV/2$ .



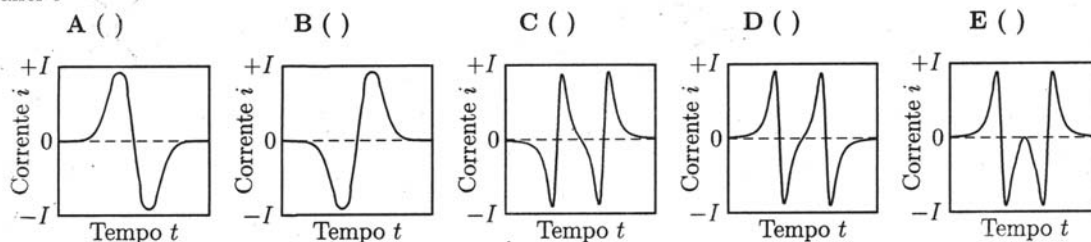
**Solução:**

$$Q_1 = Q_{LM} + Q_{MN} \Rightarrow Q_1 = \Delta U_{LN} + W_{LM} \Rightarrow Q_1 = \frac{C_V}{R} \Delta(pV)_{LN} + p(4V - V) \Rightarrow$$

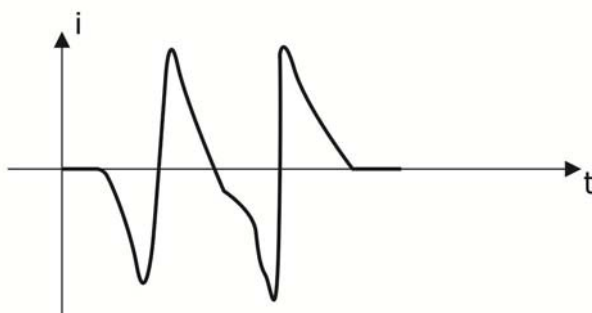
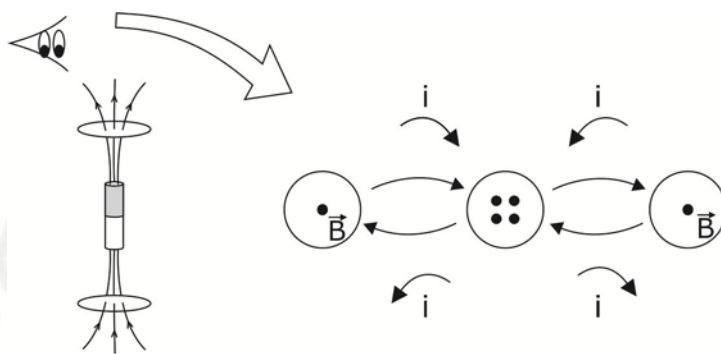
$$Q_1 = \frac{3}{2}(4p \cdot 4V - pV) + 3pV \Rightarrow Q_1 = \frac{3}{2} \cdot 15pV + 3pV \Leftrightarrow \boxed{Q_1 = \frac{51}{2} pV}$$

**Opção: B**

Questão 11. Considere um ímã cilíndrico vertical com o polo norte para cima, tendo um anel condutor posicionado acima do mesmo. Um agente externo imprime um movimento ao anel que, partindo do repouso, desce verticalmente em torno do ímã e atinge uma posição simétrica à original, iniciando, logo em seguida, um movimento ascendente e retornando à posição inicial em repouso. Considerando o eixo de simetria do anel sempre coincidente com o do ímã e sendo positiva a corrente no sentido anti-horário (visto por um observador de cima), o gráfico que melhor representa o comportamento da corrente induzida  $i$  no anel é

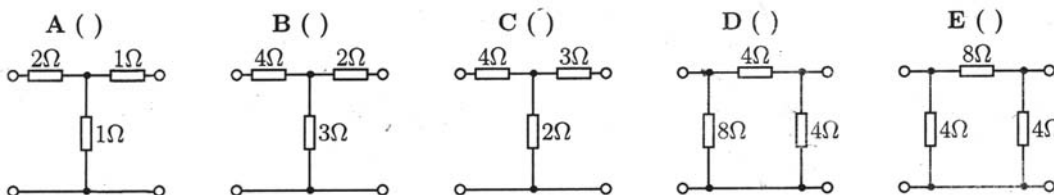
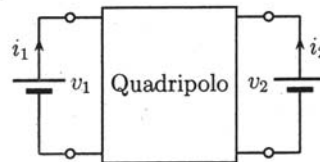


Solução:



Opção: C

Questão 12. Um circuito elétrico com dois pares de terminais é conhecido como quadripolo. Para um quadripolo passivo, as tensões medidas em cada par de terminais podem ser expressas em função das correntes mediante uma matriz de impedância  $Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$ , de tal forma que:  $\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$ . Dos quadripolos propostos nas alternativas seguintes, assinale aquele cuja matriz de impedância seja  $\begin{bmatrix} 4\Omega & 2\Omega \\ 2\Omega & 3\Omega \end{bmatrix}$ .



Solução:

Percorrendo  $V_{ab}$  e  $V_{cd}$ .





$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4i_1 + 2i_2 \\ 2i_1 + 3i_2 \end{bmatrix}$$

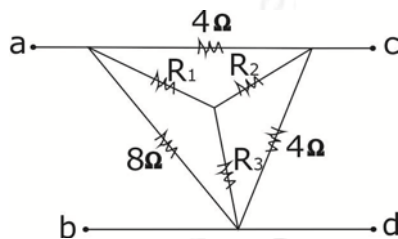
$$v_{ab} = v_1 = 4i_1 + 2i_2 \quad e \quad v_{cd} = v_2 = 2i_1 + 3i_2$$

Opção A é FALSA:  $v_{ab} = 3i_1 + i_2$

Opção B é FALSA:  $v_{ab} = 7i_1 + 3i_2$

Opção C é FALSA:  $v_{ab} = 6i_1 + 2i_2$

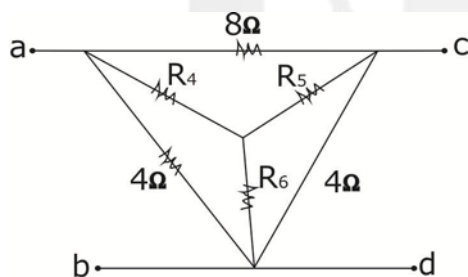
Opção D é VERDADEIRA.



$$R_1 = \frac{4.8}{16} = 2\Omega; \quad R_2 = \frac{4.4}{16} = 1\Omega \quad e \quad R_3 = \frac{4.8}{16} = 2\Omega$$

$$\begin{cases} V_{ab} = 2i_1 + 2i_1 + 2i_2 = 4i_1 + 2i_2 \\ V_{cd} = i_2 + 2i_2 + 2i_1 = 2i_1 + 3i_2 \end{cases}$$

Opção E é FALSA:

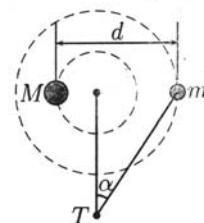


$$R_4 = \frac{4.8}{16} = 2\Omega; \quad R_5 = \frac{4.8}{16} = 2\Omega \quad e \quad R_6 = \frac{4.4}{16} = 1\Omega$$

$$V_{ab} = V_1 = 2i_1 + 1.i_1 + 1.i_2 = 3i_1 + i_2$$

**Opção: D**

**Questão 13.** Um sistema binário é formado por duas estrelas esféricas de respectivas massas  $m$  e  $M$ , cujos centros distam  $d$  entre si, cada qual descrevendo um movimento circular em torno do centro de massa desse sistema. Com a estrela de massa  $m$  na posição mostrada na figura, devido ao efeito Doppler, um observador  $T$  da Terra detecta uma raia do espectro do hidrogênio, emitida por essa estrela, com uma frequência  $f$  ligeiramente diferente da sua frequência natural  $f_0$ . Considere a Terra em repouso em relação ao centro de massa do sistema e que o movimento das estrelas ocorre no mesmo plano de observação. Sendo as velocidades das estrelas muito menores que  $c$ , assinale a alternativa que explicita o valor absoluto de  $(f - f_0)/f_0$ . Se necessário, utilize  $(1 + x)^n \cong 1 + nx$  para  $x \ll 1$ .



$$A ( ) \sqrt{GM^2/[d(M+m)c^2]} \quad B ( ) \sqrt{Gm^2 \sin^2 \alpha/[d(M+m)c^2]} \quad C ( ) \sqrt{Gm^2 \cos^2 \alpha/[d(M+m)c^2]}$$

$$D ( ) \sqrt{GM^2 \sin^2 \alpha/[d(M+m)c^2]} \quad E ( ) \sqrt{GM^2 \cos^2 \alpha/[d(M+m)c^2]}$$

**Solução:**

Igualando a força centrípeta à força gravitacional:

$$\frac{GMm}{d^2} = \frac{mv^2}{r}, \text{ de onde:}$$

$$m\omega^2 r = M\omega^2 R \Rightarrow \frac{r}{M} = \frac{R}{m} = \frac{d}{M+m}, \quad d = R+r$$

Logo:

$$v^2 = \frac{GM}{d^2} \cdot \frac{Md}{M+m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM^2}{d(M+m)}}, \text{ e como:}$$

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v}{c} \cos \alpha\right)^{-1}, \text{ Temos portanto:}$$

$$\frac{f - f_0}{f_0} = \sqrt{\frac{GM^2 \cos^2 \alpha}{(M+m)dc^2}}$$

**Opção: E**

**Questão 14.** Uma luz monocromática incide perpendicularmente num plano com três pequenos orifícios circulares formando um triângulo equilátero, acarretando um padrão de interferência em um anteparo paralelo ao triângulo, com o máximo de intensidade num ponto  $P$  equidistante dos orifícios. Assinale as respectivas reduções da intensidade luminosa em  $P$  com um e com dois orifícios tampados.

$$A ( ) 4/9 \text{ e } 1/9 \quad B ( ) 2/3 \text{ e } 1/3 \quad C ( ) 8/27 \text{ e } 1/27 \quad D ( ) 1/2 \text{ e } 1/3 \quad E ( ) 1/4 \text{ e } 1/9$$

**Solução:**

Sendo  $E$  a amplitude de onda se tem:

$$\text{Três furos: } I_0 = k(3E)^2$$

$$\text{Dois furos: } I_2 = k(2E)^2$$

$$\text{Um furo: } I_1 = kE^2, \text{ logo:}$$

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{4}{9} \quad \text{e} \quad \frac{I_1}{I_0} = \frac{1}{9}$$

**Opção: A**

**Questão 15.** Pode-se associar a segunda lei da Termodinâmica a um princípio de degradação da energia. Assinale a alternativa que melhor justifica esta associação.

- A ( ) A energia se conserva sempre.  
 B ( ) O calor não flui espontaneamente de um corpo quente para outro frio.  
 C ( ) Uma máquina térmica operando em ciclo converte integralmente trabalho em calor.  
 D ( ) Todo sistema tende naturalmente para o estado de equilíbrio.  
 E ( ) É impossível converter calor totalmente em trabalho.

**Solução:**

Por degradação da energia entende-se aumento da entropia, o que acarreta verdadeira a opção D.

Obs.: É impossível converter calor totalmente em trabalho apenas em transformações cíclicas.

**Opção: D**

**Questão 16.** Um cilindro de altura  $h$  e raio  $a$ , com água até uma certa altura, gira com velocidade angular  $\omega$  constante. Qual o valor máximo de  $\omega$  para que a água não transborde, sabendo que neste limite a altura  $z$  (ver figura) é igual a  $h/3 + \omega^2 a^2 / (4g)$ ? Dado: num referencial que gira com o cilindro, e, portanto, considerando a força centrífuga, todos os pontos da superfície da água têm mesma energia potencial.

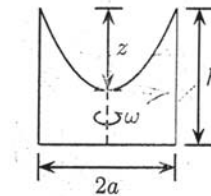
A ( )  $\omega = \sqrt{2gh/(3a^2)}$

B ( )  $\omega = \sqrt{4ga/(9h^2)}$

C ( )  $\omega = \sqrt{4ga/(3h^2)}$

D ( )  $\omega = \sqrt{4gh/(3a^2)}$

E ( )  $\omega = \sqrt{4gh/(9a^2)}$

**1ª Solução:**

Força centrífuga:  $F = m\omega^2 r$

Energia potencial associada:  $E_p = -m\omega^2 \frac{r^2}{2} + C$

Energia potencial total:  $E = mgz - m\omega^2 \frac{r^2}{2} + C$

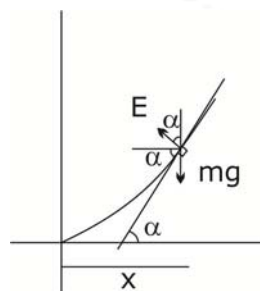
$E = cte$  caracteriza a superfície da água (onde  $m$  é a massa de um pequeno volume de água).

Logo:  $mgz - m\omega^2 \frac{r^2}{2} = cte$  ou  $z = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} r^2 + C$ .

Pondo a origem de  $z$  no vértice da parábola, temos  $C = 0$ . Logo,

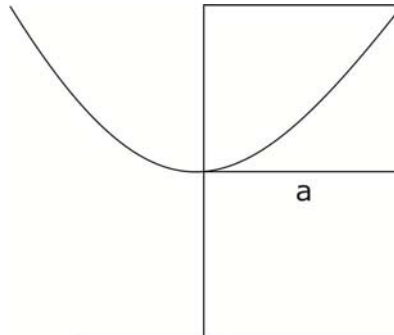
$$z = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} r^2 \Rightarrow \frac{h}{3} + \frac{\omega^2 a^2}{4g} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{g} a^2 \Leftrightarrow \frac{h}{3} = \frac{\omega^2 a^2}{2g} - \frac{\omega^2 a^2}{4g} \Leftrightarrow$$

$$\frac{h}{3} = \frac{\omega^2 a^2}{4g} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{4gh}{3a^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4gh}{3a^2}}$$

**Opção: D****2ª Solução:**

$$\begin{cases} E \sin \alpha = m \omega^2 x \\ E \cos \alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2}{g} x \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{\omega^2}{g} x \Rightarrow z = \int \frac{\omega^2}{g} x dx \Leftrightarrow$$

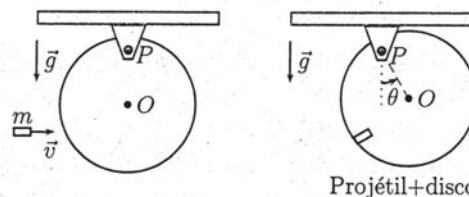
$$z = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C \quad (x = 0, z = 0 \Rightarrow C = 0) \Rightarrow z = \frac{\omega^2}{2g} x^2 \Rightarrow z_t = \frac{\omega^2}{2g} a^2$$



$$\frac{h}{3} + \frac{\omega^2 a^2}{4g} = \frac{\omega^2 a^2}{2g} \Leftrightarrow \frac{h}{3} = \frac{\omega^2 a^2}{4g} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{4gh}{3a^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4gh}{3a^2}}$$

Opção: D

**Questão 17.** Um disco rígido de massa  $M$  e centro  $O$  pode oscilar sem atrito num plano vertical em torno de uma articulação  $P$ . O disco é atingido por um projétil de massa  $m \ll M$  que se move horizontalmente com velocidade  $\vec{v}$  no plano do disco. Após a colisão, o projétil se incrusta no disco e o conjunto gira em torno de  $P$  até o ângulo  $\theta$ . Nestas condições, afirmam-se:



- I. A quantidade de movimento do conjunto projétil+disco se mantém a mesma imediatamente antes e imediatamente depois da colisão.
- II. A energia cinética do conjunto projétil+disco se mantém a mesma imediatamente antes e imediatamente depois da colisão.
- III. A energia mecânica do conjunto projétil+disco imediatamente após a colisão é igual à da posição de ângulo  $\theta/2$ .

É (são) verdadeira(s) apenas a(s) assertiva(s)

- A ( ) I.                      B ( ) I e II.                      C ( ) I e III.                      D ( ) II e III.                      E ( ) III.

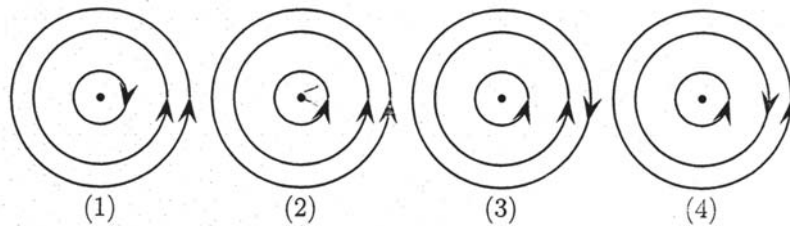
**Solução:**

- I – Verdadeira
- II – Falsa (choque anelástico)
- III – Verdadeira

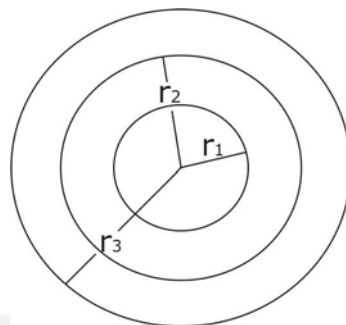
Opção: C

Questão 18. As figuras mostram três espiras circulares concêntricas e coplanares percorridas por correntes de mesma intensidade  $I$  em diferentes sentidos. Assinale a alternativa que ordena corretamente as magnitudes dos respectivos campos magnéticos nos centros  $B_1, B_2, B_3$  e  $B_4$ .

- A ( )  $B_2 > B_4 > B_3 > B_1$ .
- B ( )  $B_1 > B_4 > B_3 > B_2$ .
- C ( )  $B_2 > B_3 > B_4 > B_1$ .
- D ( )  $B_3 > B_2 > B_4 > B_1$ .
- E ( )  $B_4 > B_3 > B_2 > B_1$ .



Solução:



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_3} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right)$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right)$$

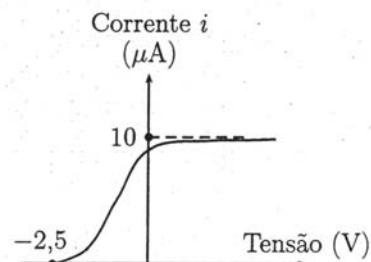
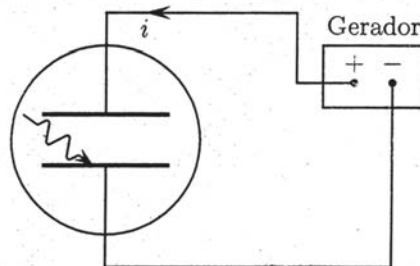
$$B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Logo,  $B_2 > B_3 > B_4 > B_1$ .

Opção: C

Questão 19. Duas placas de um mesmo metal e com a mesma área de  $5,0 \text{ cm}^2$ , paralelas e próximas entre si, são conectadas aos terminais de um gerador de tensão ajustável. Sobre a placa conectada ao terminal negativo, faz-se incidir radiação e, por efeito fotoelétrico, aparece uma corrente no circuito, cuja relação com a tensão aplicada é explicitada no gráfico. Sabendo que a função trabalho do metal é de  $4,1 \text{ eV}$  e assumindo que na região de saturação da corrente todo fóton incidente sobre a placa gera um fotoelétron que é coletado, a medida da intensidade dessa radiação em  $\mu\text{W}/\text{cm}^2$  é igual a

- A ( ) 13.
- B ( ) 8,2.
- C ( ) 6,6.
- D ( ) 3,2.
- E ( ) 1,6.



**Solução:**

$$E = eV_0 + \varphi \Rightarrow E = 2,5 + 4,1 = 6,6 \text{ eV}$$

$$I = \frac{iE}{A} \Rightarrow I = \frac{10 \cdot 6,6}{5} = \frac{66}{5} \Leftrightarrow I = 13,2 \frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2}$$

**Opção: A**

**Questão 20.** Uma amostra I de átomos de  $^{57}\text{Fe}$ , cujos núcleos excitados emitem fótons devido a uma transição nuclear, está situada a uma altura  $d$  verticalmente acima de uma amostra II de  $^{57}\text{Fe}$  que recebe a radiação emitida pela amostra I. Ao chegar a II, os fótons da amostra I sofrem um aumento de frequência devido à redução de sua energia potencial gravitacional, sendo, portanto, incapazes de excitar os núcleos de  $^{57}\text{Fe}$  dessa amostra. No entanto, essa incapacidade pode ser anulada se a amostra I se afastar verticalmente da amostra II com uma velocidade  $v$  adequada. Considerando  $v \ll c$  e que a energia potencial gravitacional do fóton de energia  $\mathcal{E}$  pode ser obtida mediante sua “massa efetiva”  $\mathcal{E}/c^2$ , assinale a opção que explicita  $v$ . Se necessário, utilize  $(1+x)^n \cong 1+nx$  para  $x \ll 1$ .

- A ( )  $\sqrt{gd}$       B ( )  $gd/c$       C ( )  $2\sqrt{gd}$       D ( )  $2gd/c$       E ( )  $gd\sqrt{gd}/c^2$

**Solução:**

$$\mathcal{E} \left( 1 - \frac{v}{c} \right) + \frac{\mathcal{E}}{c^2} gd = \mathcal{E} \Leftrightarrow 1 - \frac{v}{c} + \frac{gd}{c^2} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{gd}{c^2} = \frac{v}{c} \Leftrightarrow v = \frac{gd}{c}$$

**Opção: B**

As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser desenvolvidas, justificadas e respondidas no caderno de soluções. Atente para os algarismos significativos.

**Questão 21.** No sistema de unidades atômicas de Hartree, as unidades de carga elétrica, de massa, de comprimento e de tempo podem ser representadas respectivamente por  $q_A$ ,  $m_A$ ,  $L_A$  e  $t_A$ . Neste sistema, a carga elétrica  $e$  do próton é igual a  $1 q_A$ , a massa do elétron  $m_0$  vale  $1 m_A$ , a constante de Planck reduzida  $\hbar$  é igual a  $1 m_A \cdot L_A^2/t_A$  e a constante de Coulomb  $K_0 = 1/(4\pi\epsilon_0)$  vale  $1 m_A \cdot L_A^3/(q_A^2 \cdot t_A^2)$ . Dados no SI:  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .  $m_0 = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .  $\hbar = 1,1 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ .  $K_0 = 9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ .

- (a) Qual a medida em metros de um comprimento igual a  $1,0 L_A$ ?  
 (b) Qual a medida em segundos de um tempo igual a  $1,0 t_A$ ?

**Solução:**

Como  $\hbar = 1 \frac{m_A L_A^2}{t_A}$  e  $m_0 = 1m_A$  teremos  $t_A = \frac{m_A L_A^2}{\hbar}$  (I); substituindo-se esse valor em

$$K_0 = 1 \frac{m_A L_A^3}{q_A^2 t_A^2} \text{ e sendo } e = 1q_A \text{ teremos } K_0 = 1 \frac{m_0 L_A^3}{e^2 \left( \frac{m_A L_A^2}{\hbar} \right)^2} \text{ donde } L_A = \frac{\hbar^2}{e^2 m_0 K_0} \text{ (II)}.$$

a) Aplicando os valores numéricos em (II) teremos

$$L_A = \frac{(1,1 \cdot 10^{-34})^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^9} = 0,00577 \cdot 10^{-8} \text{ e como os dados foram}$$

apresentados com dois algarismos significativos,  $L_A = 5,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ .

b) Aplicando os valores numéricos em (I) teremos

$$t_A = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (5,8 \cdot 10^{-11})^2}{1,1 \cdot 10^{-34}} = 278,3 \cdot 10^{-19} \text{ e como os dados foram apresentados com}$$

dois algarismos significativos,  $t_A = 2,8 \cdot 10^{-17} \text{ s}$ .

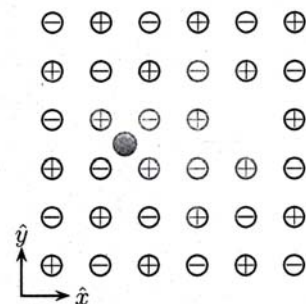
**Questão 22.** Considere uma esfera maciça de raio  $r$ , massa  $m$ , coeficiente de dilatação volumétrica  $\alpha$ , feita de um material com calor específico a volume constante  $c_V$ . A esfera, sujeita à pressão atmosférica  $p$ , repousa sobre uma superfície horizontal isolante térmica e está inicialmente a uma temperatura  $T$  alta o suficiente para garantir que a sua energia interna não se altera em processos isotérmicos. Determine a temperatura final da esfera após receber uma quantidade de calor  $Q$ , sem perdas para o ambiente. Dê sua resposta em função de  $g$  e dos outros parâmetros explicitados.

**Solução:**

$$Q = \Delta U + \Delta E_{POT} + W \Rightarrow Q = C_V \Delta T + mg \frac{r\alpha}{3} \Delta T + p \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \alpha \Delta T \Leftrightarrow$$

$$Q = \left( C_V + mg \frac{r\alpha}{3} + p \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \alpha \right) \Delta T \Leftrightarrow \Delta T = \frac{Q}{C_V + mg \frac{r\alpha}{3} + p \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \alpha}$$

**Questão 23.** A figura mostra parte de uma camada de um cristal tridimensional infinito de sal de cozinha, em que a distância do átomo de Na ao de seu vizinho Cl é igual a  $a$ . Considere a existência dos seguintes defeitos neste cristal: ausência de um átomo de Cl e a presença de uma impureza de lítio (esfera cinza), cuja carga é igual à fundamental  $+e$ , situada no centro do quadrado formado pelos átomos de Na e Cl. Obtenha as componentes  $F_x$  e  $F_y$  da força eletrostática resultante  $\vec{F} = F_x \hat{x} + F_y \hat{y}$  que atua no átomo de lítio. Dê sua resposta em função de  $e$ ,  $a$  e da constante de Coulomb  $K_0$ .

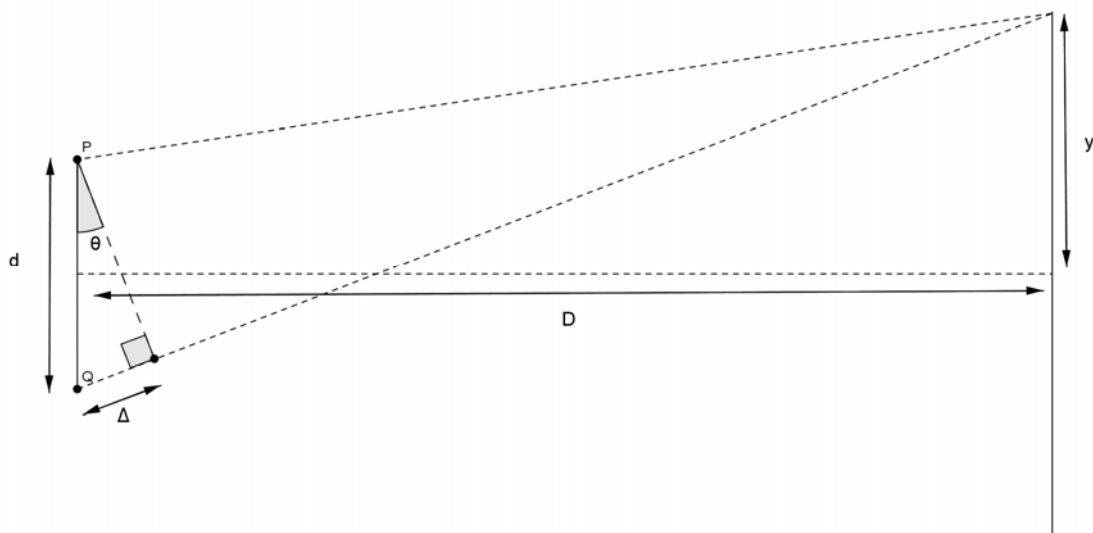


**Solução:**

Frente à simetria presente na questão para todos os efeitos de cálculo a situação é equivalente a termos somente duas cargas, à saber: A impureza de lítio e uma carga positiva  $+e$  na posição da carga ausente  $-e$ . Logo:

$$\vec{F} = \frac{-K_0 e^2}{13\sqrt{26}a^2}(10, 2)$$

**Questão 24.** Em uma experiência de interferência de Young, uma luz magenta, constituída por uma mistura de luz vermelha (de comprimento de onda de 660 nm) e luz azul (comprimento de onda de 440 nm) de mesma intensidade da luz vermelha, incide perpendicularmente num plano onde atravessa duas fendas paralelas separadas de  $22,0 \mu\text{m}$  e alcança um anteparo paralelo ao plano, a  $5,00 \text{ m}$  de distância. Neste, há um semieixo  $Oy$  perpendicular à direção das fendas, cuja origem também está a  $5,00 \text{ m}$  do ponto médio entre estas. Obtenha o primeiro valor de  $y > 0$  onde há um máximo de luz magenta (intensidades máximas de vermelho e azul no mesmo local). Se necessário, utilize  $\tan \theta \cong \sin \theta$ , para  $\theta \ll 1 \text{ rad}$ .

**Solução:**

Para que observemos uma interferência máxima para ambos os comprimentos de onda, a diferença de percurso ótico  $\Delta$  deve ser múltiplo desses dois comprimentos de onda, o que ocorre primeiramente em:

$$\Delta = 1.32 \mu\text{m}$$

Sabendo que a distancia das fendas ao anteparo é  $D = 5 \text{ m}$  que a separação entre as fendas é de  $d = 22 \mu\text{m}$ , temos pela relação:

$$\frac{y}{D} = \sin \theta = \frac{\Delta}{d}$$

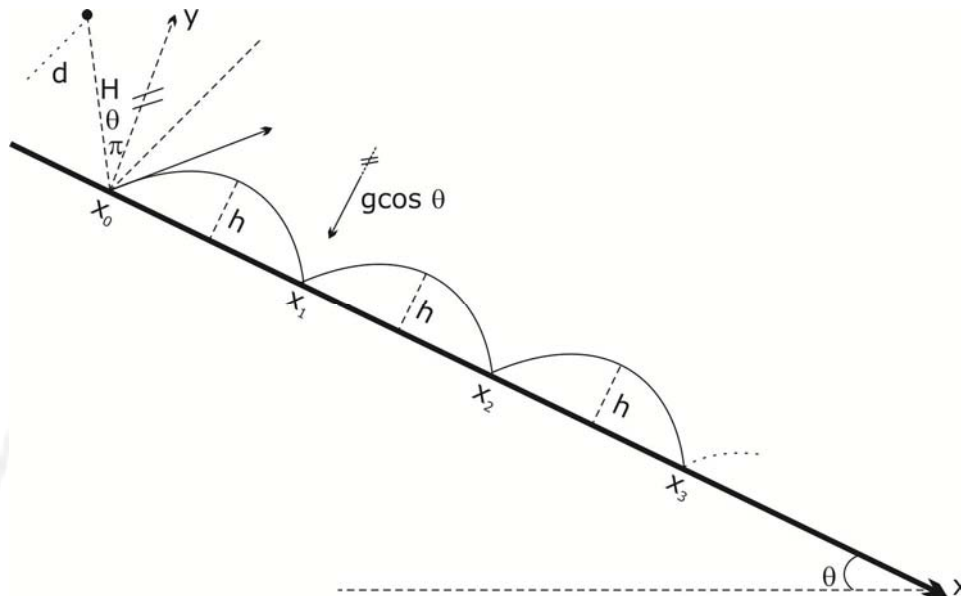
Portanto, de acordo com os dados:

$$y = 0,3 \text{ m}$$



**Questão 25.** Partindo do repouso, uma bolinha cai verticalmente sobre um plano inclinado de um ângulo  $\theta$  com relação à horizontal, originando seguidos choques perfeitamente elásticos. Se  $d$  é a distância inicial da bolinha ao plano, obtenha, em função de  $d$ ,  $n$  e  $\theta$ , a distância do ponto do  $n$ -ésimo choque em relação ao ponto do primeiro choque.

**Solução:**



$$m g d = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2 g H}$$

$$x = v \operatorname{sen} \theta \cdot t + g \operatorname{sen} \theta \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$v_y = v_{0y} - a_y t'$$

$$0 = v \cos \theta - g \cos \theta \cdot t' \Rightarrow t' = \frac{v}{g}; \text{ então: } t' = \frac{\sqrt{2 g H}}{g} = \sqrt{\frac{2 H}{g}}$$

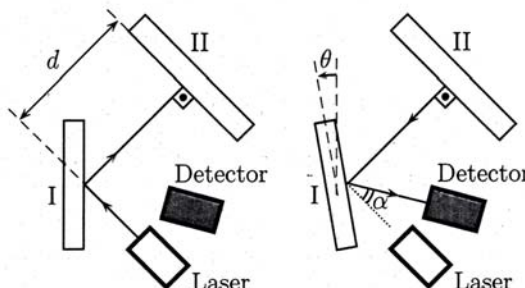
$$t = (n-1) \cdot 2 t'$$

$$x = \sqrt{2 g H} \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot (n-1) \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2 H}{g}} + \frac{g \operatorname{sen} \theta}{2} \cdot 4 (n-1)^2 \cdot \frac{2 H}{g}$$

$$\text{como } H = \frac{d}{\cos \theta} \Rightarrow \boxed{x = 4 n d t g \theta (n-1)}$$

**Questão 26.** O aparato esquematizado na figura mede a velocidade da luz usando o método do espelho rotativo de Foucault, em que um feixe de laser é refletido por um espelho rotativo I, que gira a velocidade angular  $\omega$  constante, sendo novamente refletido por um espelho estacionário II a uma distância  $d$ . Devido ao tempo de percurso do feixe, o espelho rotativo terá girado de um ângulo  $\theta$  quando o feixe retornar ao espelho I, que finalmente o deflete para o detector.

- Obtenha o ângulo  $\alpha$  do posicionamento do detector em função de  $\theta$ .
- Determine a velocidade da luz em função de  $d$ ,  $\omega$  e  $\theta$ .
- Explique como poderá ser levemente modificado este aparato experimental para demonstrar que a velocidade da luz na água é menor que no ar.



**Solução:**

- $\alpha = 2\theta$
- Seja  $t = \frac{2d}{c}$  o tempo necessário para que a luz vá de I para II e retorne, temos que:

$$\theta = \omega \cdot \frac{2d}{c} \Leftrightarrow \boxed{c = \frac{2d\omega}{\theta}}$$

- Colocando-se um recipiente com água entre os dois espelhos vemos que o ângulo para o qual a detecção é realizada aumenta em consequência do aumento do tempo que a luz leva para fazer o percurso que é dividido à diminuição da velocidade da luz na água.

**Questão 27.** Pontos quânticos são nanoestruturas que permitem a manipulação do estado quântico de um único elétron, sendo um caminho promissor para a Computação Quântica. Em primeira aproximação, um ponto quântico confina elétrons com um potencial semelhante ao de um oscilador harmônico, isto é, com uma energia potencial do tipo  $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ , em que  $x$  é a posição da partícula em relação ao ponto de equilíbrio,  $m$  é a massa da partícula confinada,  $\omega = \sqrt{k/m}$  e  $k$  é a “constante de mola” (embora não seja este um conceito apropriado no mundo quântico). De acordo com a Mecânica Clássica, a energia mecânica deste oscilador pode variar continuamente de zero até infinito. Por outro lado, na Mecânica Quântica, a energia deste oscilador varia de forma discreta, de acordo com a expressão  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ , em que  $n$  pode assumir os valores 0, 1, 2, .... Na descrição quântica do oscilador harmônico, o menor valor possível para a energia mecânica é  $\hbar\omega/2$ , diferentemente do previsto na Mecânica Clássica. Explique por que não é possível haver energia igual a zero na descrição quântica do oscilador harmônico.

**Solução:**

Um estado em que a energia mínima de um sistema fosse zero corresponderia a uma certa infinidade da energia do sistema, o que é proibido pelo princípio da incerteza de

Heisenberg, que diz:  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2\pi}$

**Questão 28.** Duas espiras verticais estacionárias com aproximadamente o mesmo diâmetro  $d$ , perpendiculares e isoladas eletricamente entre si, têm seu centro comum na origem de um sistema de coordenadas  $xyz$ , na qual também está centrado um ímã cilíndrico de comprimento  $l \ll d$  e raio  $r \ll l$ . O ímã tem seu polo norte no semieixo  $x$  positivo e pode girar livremente em torno do eixo vertical  $z$ , sendo mantido no plano  $xy$ . Numa das espiras, situada no plano  $yz$ , circula uma corrente  $I_1 = i \cos(\omega t)$ , cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo  $x$  positivo, e na outra circula uma corrente  $I_2 = i \sin(\omega t)$ , cujo sentido positivo é o anti-horário visto do semieixo  $y$  positivo.

- (a) Desprezando a diferença de diâmetro entre as espiras, obtenha o campo magnético  $\vec{B}$  na origem devido às correntes  $I_1$  e  $I_2$ , na forma  $B_x \hat{x} + B_y \hat{y}$ .
- (b) Explique, por que, partindo do repouso em  $t = 0$ , o ímã adquire um movimento de rotação em torno de  $z$ . Em que sentido (horário ou anti-horário, visto a partir do semieixo  $z$  positivo) ocorre este giro?
- (c) Ao se aumentar gradativamente a frequência angular  $\omega$  das correntes, nota-se que o ímã passa a girar cada vez mais rápido. Contudo, com o ímã inicialmente em repouso e se são repentinamente aplicadas correntes  $I_1$  e  $I_2$  de alta frequência angular, nota-se que o ímã praticamente não se move. Explique a(s) razão(ões).

### Solução:

a)

Diagrama de duas espiras perpendiculares no plano  $xy$ . A espira superior está no plano  $yz$  e a inferior no plano  $xz$ . Ambas têm centros na origem. A corrente  $I_1$  circula no sentido anti-horário no plano  $yz$ , e a corrente  $I_2$  circula no sentido anti-horário no plano  $xz$ . Campos magnéticos  $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$  são indicados na origem.

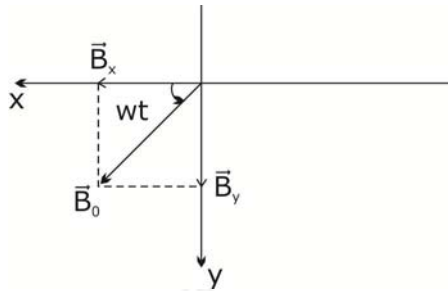
$$I_1 = i \cos \omega t \quad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2 \frac{d}{2}} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{d} \cos \omega t$$

$$\vec{B}_x = \left( \frac{\mu_0 I_1}{d} \cos \omega t \right) \hat{x}$$

$$I_2 = i \sin \omega t \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2 \frac{d}{2}} \Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{d} \sin \omega t$$

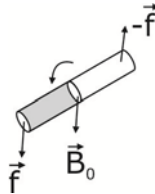
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{d} [(\cos \omega t) \hat{x} + (\sin \omega t) \hat{y}]$$

b)



$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{d}$$

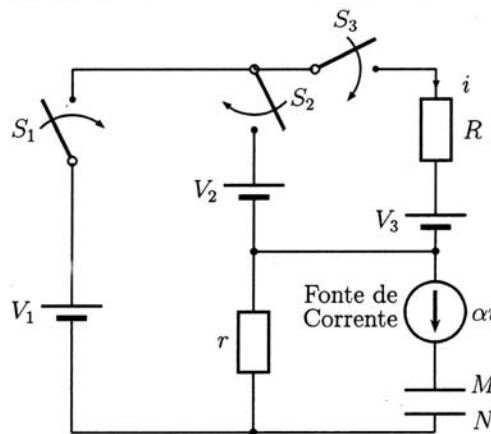
O ímã fica submetido a um binário e gira no sentido anti-horário se observado do eixo z positivo.



c) O valor médio do campo agindo no ímã é nulo e, devido à inércia, ele praticamente não se move para uma alta frequência angular.

**Questão 29.** Uma fonte de corrente é um dispositivo que fornece uma corrente invariável independentemente da tensão entre seus terminais. No circuito da figura, a corrente  $\alpha i$  produzida pela fonte é proporcional à corrente  $i$  que circula no resistor  $R$ . Inicialmente descarregadas, as placas  $M$  e  $N$  são carregadas após o fechamento das chaves  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , que serão novamente abertas após um intervalo de tempo  $T$ . A placa  $M$  é então retirada do circuito e é posta em contato com um condutor  $C$  descarregado (não mostrado na figura), ao qual transfere uma fração  $f$  de sua carga. Em seguida, com esse contato desfeito, o condutor  $C$  é totalmente descarregado. Na sequência, o mesmo procedimento é aplicado à placa  $N$ , a qual transfere a  $C$  a mesma fração  $f$  de sua carga, sendo então o contato desfeito e descarregando-se novamente  $C$ . Quando  $M$  e  $N$  são reintroduzidas no circuito, com as respectivas cargas remanescentes (de mesmo módulo, mas de sinais opostos), as chaves  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são fechadas outra vez, permanecendo assim durante o intervalo de tempo  $T$ , após o que são novamente abertas. Então,

como antes, repetem-se os contatos entre cada placa e  $C$ , e este processo de carga/descarga das placas é repetido indefinidamente. Nestas condições, considerando os sucessivos processos de transferência de carga entre  $M$  e  $C$ , e  $N$  e  $C$ , determine a carga  $q$  de  $M$  após todo esse procedimento em função de  $\alpha$ ,  $f$ ,  $r$ ,  $R$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  e  $T$ . Considere  $V_3 < V_2 < V_1$ .



**Solução:**

Após cada ciclo descrito no sistema vemos que o módulo da nova carga presente em cada placa é em função do módulo da carga anterior igual a:

$$q_n = (q_{n-1} + i\alpha T)(1 - f)$$

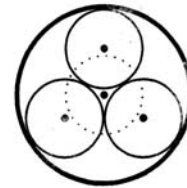
Quando após inúmeros ciclos a carga não mais variar teremos  $q_n = q_{n-1}$ .

De acordo com a malha elétrica composta por  $V_2, V_3$  e  $R$  com as chaves fechadas temos  $i = \frac{V_2 - V_3}{R}$ , logo a carga  $q$  obtida após todo este procedimento será igual:

$$q = \left( q + \frac{V_2 - V_3}{R} \alpha T \right) (1 - f) \Leftrightarrow$$

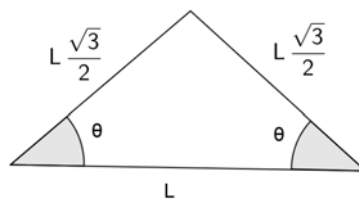
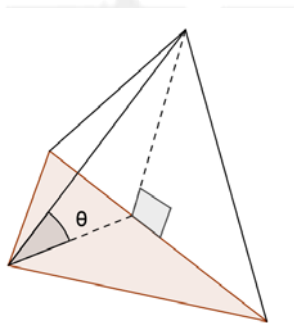
$$q = \frac{\alpha T}{f} \cdot (1 - f) \cdot \frac{V_2 - V_3}{R}$$

**Questão 30.** Um recipiente cilíndrico vertical contém em seu interior três esferas idênticas de mesmo peso  $P$  que são tangentes entre si e também à parede interna do recipiente. Uma quarta esfera, idêntica às anteriores, é então sobreposta às três esferas como ilustrado em pontilhado. Determine as respectivas intensidades das forças normais em função de  $P$  que a parede do recipiente exerce nas três esferas.



### Solução:

Seja  $F$  o módulo da força entre cada esfera original e a quarta esfera. Os Centros das quatro esferas formam um tetraedro regular, e a direção de  $F$  é a direção da aresta lateral:



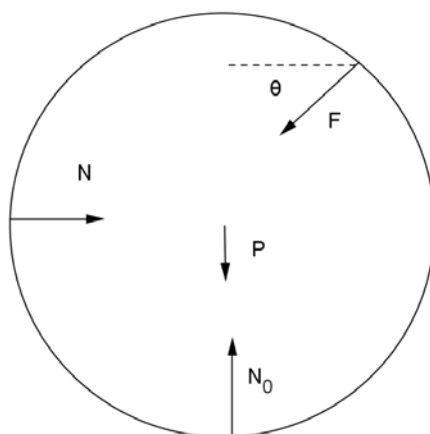
$$\cos \theta = \frac{\frac{L}{2}}{\frac{L\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{sen} \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Logo, temos:

$$3F \text{sen} \theta = P,$$

$$F = \frac{P}{3 \text{sen} \theta} = \frac{P}{\sqrt{6}}$$

Por outro lado, em cada esfera da base atuam as forças exigidas na figura abaixo,



E, portanto:

$$N = F \cos \theta = \frac{P}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{P\sqrt{2}}{6}$$

**Equipe:**

**Antônio Domingues**  
**Henrique Westenberger**  
**Jean Pierre**  
**Maurício Santos**  
**Noronha**  
**Rafael Sabino**  
**Ramaton Ramos**  
**Ravi Ramos**  
**Sérgio Gouveia**