1) Sejam $P=\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{11}\right)$ e $Q=\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)$.

Qual é o resto de $\sqrt{\frac{P}{Q}}$?

(A) $\sqrt{2}$
(B) 2
(C) $\sqrt{5}$
(D) 3
(E) 5

GABARITO: B

Solução:

$$P=\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{11}\right)=\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{12}{11}$$

$$Q=\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{11}$$

Daí, $\frac{P}{Q}=\frac{12}{3}=4\Rightarrow\sqrt{\frac{P}{Q}}=2$.

2) Sabendo que ABC é um triângulo retângulo de hipotenusa BC = *a*, qual é o valor máximo da área de ABC?

(A) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$

(B) $\frac{a^2}{4}$

(C) $\frac{3a^2\sqrt{2}}{4}$

(D) $\frac{3a^2}{4}$

(E) $\frac{3a^2}{4}$

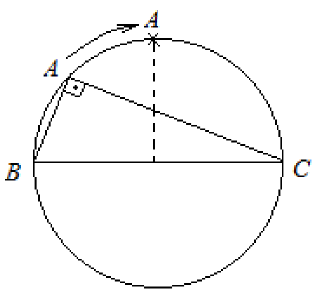
GABARITO: B

1ª Solução:

ΔABC está inscrito num círculo de diâmetro $\overline{BC}=a$ (raio *a*/2).

Como a base $\overline{BC}$ é fixa, para a área ser máxima, a altura de A deve ser máxima. Isso ocorre quando:

$h_A=raio=\frac{a}{2}$. Logo $S_{ABC}=\frac{a\cdot a/2}{2}=\frac{a^2}{4}$



2ª Solução:

$S = \frac{1}{2}bc$ e $b^2 + c^2 = a^2$.

$(b-c)^2 \geq 0 \Rightarrow b^2 + c^2 \geq 2bc \Rightarrow a^2 \geq 4S \Rightarrow S \leq \frac{a^2}{4} \therefore S_{MÁX} = \frac{a^2}{4}$ (atingida para $b = c$)

3) Considere um conjunto de 6 meninos com idades diferentes e um outro conjunto com 6 meninas também com idades diferentes. Sabe-se que, em ambos os conjuntos, as idades variam de 1 a até 6 anos. Quantos casais podem-se formar com a soma das idades inferior a 8 anos?
(A) 18
(B) 19
(C) 20
(D) 21
(E) 22

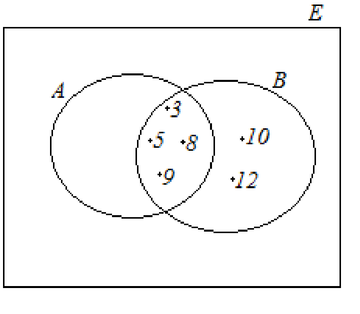
GABARITO: D

Solução:
- A menina de um ano pode formar casal com todos os meninos;
- A de dois anos, com os meninos de 1 até 5 anos;
- A de três anos, com os meninos de 1 até 4 anos; e assim sucessivamente.
Logo o total de casais possíveis é: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21.

4) Seja $A \cup B = \{3,5,8,9,10,12\}$ e $B \cap C_E^A = \{10,12\}$ onde A e B são subconjuntos de E, e C_E^A é o complementar de A em relação a E. Sendo assim, pode-se afirmar que o número máximo de elementos de B é:
(A) 7
(B) 6
(C) 5
(D) 4
(E) 3

GABARITO: B

Solução:
Veja que em B podemos ter 6 elementos, basta ter $A \cap B = \{3,5,8,9\}$ e $B - A = \{10,12\}$, como no diagrama ao lado:
Se B tivesse mais que 6 elementos, então $A \cup B$ também teria mais que 6 elementos.



5) Dada a equação $(2x+1)^2(x+3)(x-2)+6=0$, qual é o valor da soma das duas maiores raízes reais desta equação?
(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

GABARITO: ANULADA

1ª Solução:

$$(2x+1)^2(x+3)(x-2)+6=0 \Leftrightarrow (4x^2+4x+1)(x^2+x-6)+6=0$$

Seja $t := x^2 + x$, temos: $(4t+1)(t-6)+6=0 \Leftrightarrow 4t^2-23t=0 \Leftrightarrow t=0$ ou $t=\dfrac{23}{4}$.

<u>1º Caso</u>: $t=0 \Leftrightarrow x^2+x=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-1$

<u>2º Caso</u>: $t=\dfrac{23}{4} \Leftrightarrow x^2+x=\dfrac{23}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{-1\pm 2\sqrt{6}}{2}$

Assim, a soma das duas maiores raízes reais é: $0+\dfrac{-1+2\sqrt{6}}{2}=\dfrac{-1+2\sqrt{6}}{2}$.

2ª Solução:

$$(2x+1)^2(x+3)(x-2)+6=0 \Leftrightarrow (4x^2+4x+1)(x^2+x-6)+6=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x^4+8x^3-19x^2-23x=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 4x^3+8x^2-19x-23=0.$$

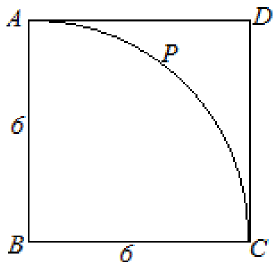
Para esta última equação, testando $x=-1$: $4(-1)^3+8(-1)^2-19(-1)-23=0$ (ok!)

Pelo Algoritmo de Briott – Ruffini:

	4	*8*	*-19*	*-23*
-1	*4*	*4*	*-23*	*0*

$$4x^3+8x^2-19x-23=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } 4x^2+4x-23=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm 2\sqrt{6}}{2}$$

6) Analise a figura a seguir:



A figura acima exibe o quadrilátero ABCD e o arco de circunferência APC com centro em B e raio AB = 6. Sabendo que o arco AP da figura tem comprimento $\dfrac{3\pi}{5}$, é correto afirmar que o ângulo PCD mede:

(A) 36º
(B) 30º
(C) 28º
(D) 24º
(E) 20º

GABARITO: A

Solução:

Sabe-se que um ângulo central em radianos é dado por: $\theta=\dfrac{l}{r}$.

Assim, $A\hat{B}P = \dfrac{3\pi/5}{6} = \dfrac{\pi}{10} rd = 18^\circ \Rightarrow C\hat{B}P = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$

Como $\overleftrightarrow{CD}$ é tangente a circunferência, o ângulo $P\hat{C}D$ é um ângulo de segmento, donde:

$P\hat{C}D = \dfrac{C\hat{B}P}{2} = 36°$

7) Qual é o valor da expressão

$$\left[\left(3^{0,333...}\right)^{27} + 2^{2^{1^7}} - \sqrt[5]{239 + \sqrt[3]{\frac{448}{7}}} - \left(\sqrt[3]{3}\right)^{3^3}\right]^{\sqrt[7]{92}} ?$$

(A) 0,3

(B) $\sqrt[3]{3}$

(C) 1

(D) 0

(E) -1

GABARITO: C

Solução:

$$\left[\left(3^{0,333...}\right)^{27} + 2^{2^{1^7}} - \sqrt[5]{239 + \sqrt[3]{\frac{448}{7}}} - \left(\sqrt[3]{3}\right)^{3^3}\right]^{\sqrt[7]{92}} = \left[3^9 + 4 - \sqrt[5]{239 + \sqrt[3]{64}} - 3^{3^2}\right]^{\sqrt[7]{92}} =$$

$$= \left[4 - \sqrt[5]{239+4}\right]^{\sqrt[7]{92}} = \left[4-3\right]^{\sqrt[7]{92}} = 1$$

8) Analise as afirmativas abaixo, em relação ao triângulo ABC.

I – Seja AB = c, AC = b e BC = a. Se o ângulo interno no vértice A é reto, então $a^2 = b^2 + c^2$.

II - Seja AB = c, AC = b e BC = a. Se $a^2 = b^2 + c^2$, então o ângulo interno no vértice A é reto.

III – Se M é ponto médio de BC e $AM = \dfrac{BC}{2}$, ABC é retângulo.

IV – Se ABC é retângulo, então o raio do seu círculo inscrito pode ser igual a três quartos da hipotenusa.

Assinale a opção correta.

(A) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
(B) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
(C) Apenas as afirmativas II e IV são verdadeiras.
(D) Apenas as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
(E) Apenas as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.

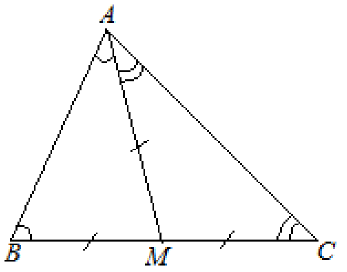
GABARITO: D

Solução:
I. (V) Este é o conhecido Teorema de Pitágoras.

II. (V) Usando a Lei dos Cossenos no ângulo A: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$.

Como $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \cos\hat{A} = 0 \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$.

III. (V)



Se M é médio de BC, então $BM = MC = \frac{BC}{2} = AM$.

Assim, $C\hat{B}A = B\hat{A}M$ e $B\hat{C}A = C\hat{A}M$, donde: e $B\hat{A}C = B\hat{A}M + C\hat{A}M = C\hat{B}A + B\hat{C}A$.

Logo: $B\hat{A}C + C\hat{B}A + B\hat{C}A = 180° \Rightarrow B\hat{A}C = 90°$.

IV. (F) Num triângulo retângulo $r \le h_A \le \frac{a}{2}$.

Sabe-se que num triângulo retângulo de hipotenusa a, $r = p - a$.

Supondo $r = \frac{3}{4}a \Rightarrow p = \frac{7}{4}a \Rightarrow \frac{a+b+c}{2} = \frac{7}{4}a \Rightarrow b + c = \frac{5}{2}a$.

Elevando ao quadrado e usando Pitágoras: $a^2 + 2bc = \frac{25}{4}a^2 \Rightarrow bc = \frac{21}{8}a^2$.

Por fim, das relações métricas no triângulo retângulo: $ah_A = bc = \frac{21}{8}a^2 \Rightarrow h_A = \frac{21}{8}a$. Absurdo!

9) Assinale a opção que apresenta o conjunto solução da equação

$\frac{(-3)}{\sqrt{x^2-4}} - 1 = 0$, no conjunto dos números reais.

(A) $\{-\sqrt{13}, \sqrt{13}\}$

(B) $\{\sqrt{13}\}$

(C) $\{-\sqrt{13}\}$

(D) $\{0\}$

(E) $\emptyset$

GABARITO: E

Solução:

$\frac{(-3)}{\sqrt{x^2-4}} - 1 = 0$.

O lado esquerdo é a soma de dois números negativos. Portanto, não é possível a soma ser zero.

$\therefore S = \emptyset$.

10) Seja a, b, x e y números naturais não nulos. Se $a \cdot b = 5$, $k = \frac{2^{(a+b)^2}}{2^{(a-b)^2}}$ e $x^2 - y^2 = \sqrt[5]{k}$, qual é o algarismo das unidades do número $(y^x - x^y)$?

(A) 2

(B) 3
(C) 5
(D) 7
(E) 8

GABARITO: E

Solução:

$$k = \frac{2^{(a+b)^2}}{2^{(a-b)^2}} = \frac{2^{a^2+b^2+2ab}}{2^{a^2+b^2-2ab}} = 2^{4ab} = 2^{20}$$, donde:

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = \sqrt[5]{2^{20}} = 16.$$

Como *x* e *y* são naturais não nulos temos uma única solução: $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases} \Rightarrow x=5$ e $y=3$.

Assim, $\left(y^x - x^y\right) = \left(3^5 - 5^3\right) = 243 - 125 = 118.$

11) Sabe-se que a média aritmética da soma dos algarismos de todos os número naturais desde 10 até 99, inclusive é *k*. Sendo assim, pode-se afirmar que o número $\frac{1}{k}$.

(A) natural.
(B) decimal exato.
(C) dízima periódica simples.
(D) dízima periódica composta.
(E) decimal infinito sem período.

GABARITO: C

Para a média aritmética devemos calcular a soma de todos os algarismos de 10 a 99 e dividir por 90.
Para essa soma, basta ver quantas vezes aparece cada algarismo. Não é difícil ver que cada um aparece 10 vezes nas dezenas e 9 vezes nas unidades. (Por ex. 3: 30, 31, 32, ..., 39, 13, 23, 33, ..., 93)
Logo a soma é: $19 \cdot (1+2+3+...+9) = 19 \cdot 45$, donde:

$$k = \frac{19 \cdot 45}{180} = \frac{19}{4} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{4}{19}.$$

Como no denominador temos apenas um fator primo diferente de 2 ou 5, então $\frac{1}{k}$ é dízima periódica simples.

12) Uma das raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, com *a*, *b*, *c* pertencentes ao conjunto dos números reais, sendo $a \neq 0$, é igual a 1. Se $b - c = 5$ então, b^c em função de *a* é igual a:

(A) $-3a^3$
(B) 2^a
(C) $2a3^a$
(D) $\frac{1}{(2a)^{3a}}$

(E) $\dfrac{1}{(2)^{3a} a^{(3+a)}}$

GABARITO: D

Solução:

Como 1 é raiz: $a+b+c=0$. Além disso, $b-c=5a$. Somando:

$a+2b=5a \Rightarrow b=2a$ e $c=-3a \Rightarrow b^c = \dfrac{1}{(2a)^{3a}}$.

13) Seja ABC um triângulo acutângulo e “L” a circunferência circunscrita ao triângulo. De um ponto Q (diferente de A e de C) sobre o menor arco AC de “L” são traçadas perpendiculares às retas suportes dos lados do triângulo. Considere M, N e P os pés das perpendiculares sobre os lados AB, AC e BC, respectivamente. Tomando MN = 12 e PN = 16, qual é a razão entre as áreas dos triângulos BMN e BNP?

(A) $\dfrac{3}{4}$

(B) $\dfrac{9}{16}$

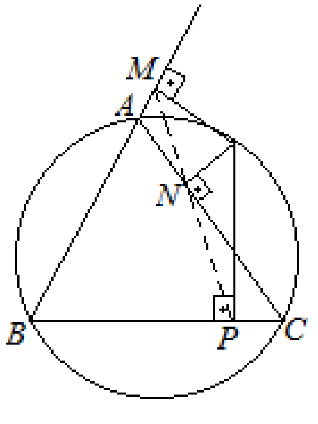
(C) $\dfrac{8}{9}$

(D) $\dfrac{25}{36}$

(E) $\dfrac{36}{49}$

GABARITO: A

Solução:



Pela Reta de Simson, M, N e P são colineares.

Então, pelo Teorema do Co-Lado: $\dfrac{S_{BMN}}{S_{BNP}} = \dfrac{MN}{NP} = \dfrac{12}{16} = \dfrac{3}{4}$.

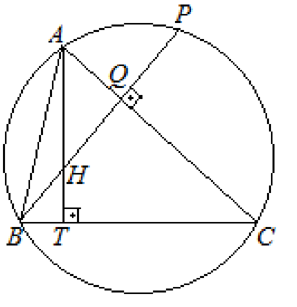
14) Sabe-se que o ortocentro H de um triângulo ABC é interior ao triângulo e seja Q o pé da altura relativa ao lado BC. Prolongando BQ até o ponto P sobre a circunferência circunscrita ao triângulo, sabendo-se que BQ = 12 e HQ = 4, qual é o valor de QP?

(A) 8

(B) 6
(C) 5,5
(D) 4,5
(E) 4

GABARITO: E

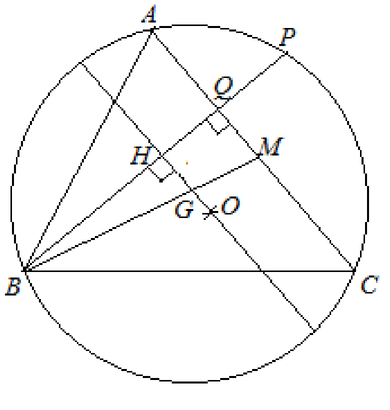
1ª Solução:
Resultado Conhecido: Se o ortocentro de um triângulo é interior ao mesmo, então os simétricos do ortocentro em relação aos lados do triângulo pertencem ao círculo circunscrito.
No problema: $HQ = QP = 4$



Demo:
Veja que $A\hat{P}B = A\hat{C}B$ (ambos olham para o mesmo arco).
Na figura HTCQ é inscritível (ângulos opostos de 90º), donde:
$A\hat{H}P = A\hat{P}B = A\hat{C}B$. Deste modo ΔAHP é isósceles e,
$HQ = QP$.

Obs1: Esta mesma ideia do simétrico do ortocentro em relação aos lados apareceu na prova do Colégio Naval, em 1996, quando ele pedia a área do hexágono formado pelos vértices de ABC e pelas interseções dos prolongamentos das alturas desse triângulo com o círculo circunscrito, em função da área desse triângulo.

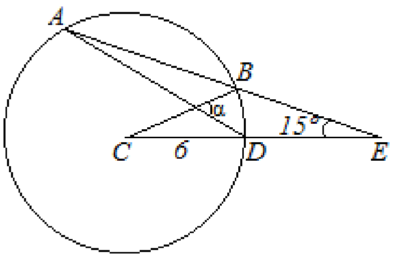
2ª Solução: Apesar da informação BQ = 12 não ser necessária no problema, segue uma maneira de utilizá-la:



$BH = BQ - HQ = 12 - 4 = 8$, donde: $\dfrac{BH}{HQ} = \dfrac{2}{1}$. Assim, seja M ponto médio de AC e G baricentro, sabe-se que $\dfrac{BG}{GM} = \dfrac{2}{1} = \dfrac{BH}{HQ}$. Deste modo, pela volta do Teorema de Tales $\overleftrightarrow{HG} // \overleftrightarrow{AC}$.
Porém, a reta que passa pelo baricentro e ortocentro é a conhecida Reta de Euler, que também passa pelo circuncentro O, donde a reta $\overleftrightarrow{HG}$ é um diâmetro da circunferência perpendicular à corda BP em H (devido ao paralelismo com $\overleftrightarrow{AC}$).
Sabe-se que todo diâmetro perpendicular a uma corda divide essa corda ao meio, logo:
$HP = BH = 8 \Rightarrow QP = HP - HQ = 8 - 4 = 4$.

Obs2: O fato de o concurso ser objetivo, e do candidato perceber que $\frac{BH}{HQ}=\frac{2}{1}$, ajudava o candidato a particularizar o problema considerando que o ortocentro coincidia com o baricentro, podendo então tomar um triângulo equilátero para descobrir a resposta.

15) Analise a figura a seguir:



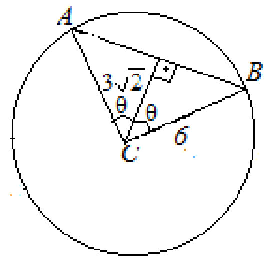
Na figura acima, a circunferência de raio 6 tem centro em C. De P traça-se os segmentos PC, que corta a circunferência em D, e PA, que corta a circunferência em B. Traça-se ainda os segmentos AD e CB, com interseção em E. Sabendo que o ângulo APC é 15º e que a distância do ponto C ao segmento de reta AB é $3\sqrt{2}$, qual o valor do ângulo α?

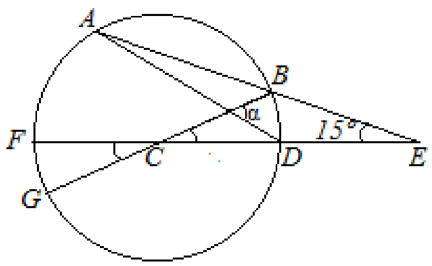
(A) 75º
(B) 60º
(C) 45º
(D) 30º
(E) 15º

GABARITO: B

Solução:

Veja na figura, que $\cos\theta=\frac{3\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\theta=45^{o}\Rightarrow\overset{\frown}{AB}=90^{o}$.





Considerando o arco FABD (figura), temos $\overset{\frown}{AF}+\overset{\frown}{BD}=90^{o}$.

Como $B\hat{P}D=15°$, temos $\frac{\overset{\frown}{AF}-\overset{\frown}{BD}}{2}=15^{o}$.

$$\begin{cases}\overset{\frown}{AF}+\overset{\frown}{BD}=90^{o}\\ \overset{\frown}{AF}-\overset{\frown}{BD}=30^{o}\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}\overset{\frown}{AF}=60^{o}\\ \overset{\frown}{BD}=30^{o}\end{matrix}.$$

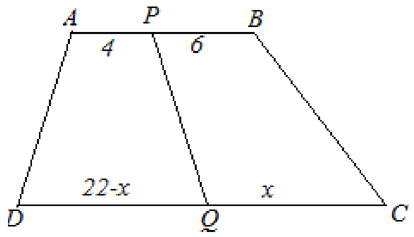
Veja que $\overset{\frown}{FG}=\overset{\frown}{BD}=30^{o}$. Daí $\alpha=\frac{\overset{\frown}{AF}+\overset{\frown}{BG}+\overset{\frown}{BD}}{2}=\frac{60^{o}+30^{o}+30^{o}}{2}=60^{o}$.

16) Considere que ABCD é um trapézio, onde os vértices são colocados em sentido horário, com bases AB = 10 e CD = 22. Marcam-se na base AB o ponto P e na base CD o ponto Q, tais que AP = 4 e CQ = *x*.

Sabe-se que a área dos quadriláteros APQD e PBCQ são iguais. Sendo assim, pode-se afirmar que a medida de x é:
(A) 10
(B) 12
(C) 14
(D) 15
(E) 16

GABARITO: A

Solução:
Veja que $AP = 4 \Rightarrow BP = 6$ e $CQ = x \Rightarrow DQ = 22 - x$.
Seja h a altura do trapézio ABCD. Igualando as áreas de APQD e PBCQ, temos que a área de PBCQ é metade da área de ABCD.
Então,
$$\frac{(x+6)h}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(10+22)h}{2} \Rightarrow 2(x+6) = 32 \Rightarrow x = 10.$$



17) O maior inteiro "n", tal que $\dfrac{n^2+37}{n+5}$ também é inteiro, tem como soma dos seus algarismos um valor igual a:
(A) 6
(B) 8
(C) 10
(D) 12
(E) 14

GABARITO: D

Solução:
$$\frac{n^2+37}{n+5} = \frac{n^2-25+62}{n+5} = n-5+\frac{62}{n+5}.$$
Então, $n+5$ é divisor de 62. Para que n seja <u>máximo</u>, devemos ter $n+5 = 62 \therefore n = 57$, que possui soma dos algarismos igual a 12.

18) Dado que a e b são números reais não nulos, com $b \neq 4a$,
$\begin{cases} 1+\dfrac{2}{ab} = 5 \\ \dfrac{5-2b^2}{4a-b} = 4a+b \end{cases}$, qual é o valor de $16a^4b^2 - 8a^3b^3 + a^2b^4$?
(A) 4
(B) $\dfrac{1}{18}$
(C) $\dfrac{1}{12}$
(D) 18

(E) $\dfrac{1}{4}$

GABARITO: E

Solução:

$$\begin{cases} 1+\dfrac{2}{ab}=5 & (i) \\ \dfrac{5-2b^2}{4a-b}=4a+b & (ii) \end{cases}$$

De (i), temos que $ab=\dfrac{1}{2}$ (*) $\Rightarrow 16a^2b^2=4$.

De (ii), $5-2b^2=(4a+b)(4a-b)=16a^2-b^2 \Rightarrow 16a^2+b^2=5$.

Portanto, $16a^2$ e b^2 têm soma 5 e produto 4.

$$\Rightarrow \begin{cases}16a^2=4 \\ b^2=1\end{cases} \text{ ou } \begin{cases}16a^2=1 \\ b^2=4\end{cases} \Rightarrow (a,b)=\left(\frac{1}{2},1\right) \text{ ou } \left(-\frac{1}{2},-1\right) \text{ ou } \left(\frac{1}{4},2\right) \text{ ou } \left(-\frac{1}{4},-2\right).$$

(pois por (*), a e b tem mesmo sinal)

$$E=16a^4b^2-8a^3b^3+a^2b^4=a^2b^2\left(16a^2-8ab+b^2\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow E=(ab)^2(4a-b)^2=\frac{1}{4}(4a-b)^2$$

$$(a,b)=\left(\frac{1}{2},1\right)\Rightarrow E=\frac{1}{4}\left(4\cdot\frac{1}{2}-1\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$(a,b)=\left(\frac{1}{4},2\right)\Rightarrow E=\frac{1}{4}\left(4\cdot\frac{1}{4}-2\right)^2=\frac{1}{4}$$

para $a<0$ e $b<0$, o valor é o mesmo.

19) Sabendo que $2^x\cdot 3^{4y+x}\cdot(34)^y$ é o menor múltiplo de 17 que pode-se obter para x e y inteiros não negativos, determine o número de divisores positivos da soma de todos os algarismos desse número, e assinale a opção correta.

(A) 12
(B) 10
(C) 8
(D) 6
(E) 4

GABARITO: D

Solução:

$N:=2^x\cdot 3^{4y+x}\cdot(34)^y=2^{x+y}\cdot 3^{4y+x}\cdot 17^y$.

Como este número deve ser o menor múltiplo de 17 possível, devemos ter $x=0$ e $y=1$. Assim,

$N=2\cdot 3^4\cdot 17=2754.$

Soma dos algarismos de N: 2 + 7 + 5 + 4 = 18, que possui 6 divisores positivos.

20) Considere, no conjunto dos números reais, a desigualdade $\frac{2x^2-28x+98}{x-10}\geq 0$. A soma dos valores inteiros do conjunto solução dessa desigualdade que são menores do que $\frac{81}{4}$, é:

(A) 172
(B) 170
(C) 169
(D) 165
(E) 157

GABARITO: ANULADA

Solução:
Veja que $2x^2-28x+98=2(x-7)^2$ é sempre ≥ 0.
Então, dividindo em casos:
1º Caso: $x=7$. Aqui, o numerador se anula e a desigualdade é verdadeira.
2º Caso: $x\neq 7$. Aqui, $2(x-7)^2>0$ e o denominador deve ser positivo: $x-10>0\Rightarrow x>10$.
Como $\frac{81}{4}=20{,}25$, os inteiros do conjunto solução menores que $\frac{81}{4}$ são {7, 11, 12, 13, ... , 20}
Donde a soma é: $7+11+12+...+20=7+\frac{(11+20).10}{2}=7+155=162$.