IME 2011/2012

GABARITO – DISCURSIVAS

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

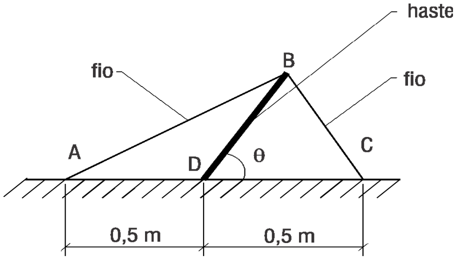
Professores:

Fábio Dias Moreira
Fábio Oliveira
Humberto Machado
José Alexandre
Leonardo Domingos
Márcio Lima
Matheus Secco
Ricardo Fagundes

PENSI
Colégio e Curso

FÍSICA

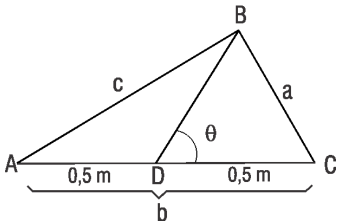
Questão 01



Um varal de roupas foi construído utilizando uma haste rígida DB de massa desprezível, com a extremidade D apoiada no solo e a B em um ponto de um fio ABC com 2,0 m de comprimento, 100 g de massa e tensionado de 15 N, como mostra a figura acima. As extremidades A e C do fio estão fixadas no solo, equidistantes de 0,5 m da extremidade D da haste.

Sabe-se que uma frequência de batimento de 10 Hz foi produzida pela vibração dos segmentos AB e BC em suas frequências fundamentais após serem percutidos simultaneamente. Diante do exposto, determine a inclinação θ da haste.

Solução:



$f_{BAT} = 10\text{Hz}$

1º harmônico: $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L}$

$f_{BC} - f_{AB} = 10 \rightarrow \frac{v}{2a} - \frac{v}{2c} = 10 \text{ (i)}$

• Na corda: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{15}{\frac{10^{-1}}{2}}} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}\text{ m/s}$

Em (i): $\frac{\cancel{10}\sqrt{3}}{2a} - \frac{\cancel{10}\sqrt{3}}{2c} = \cancel{10}^{\,1} \rightarrow \frac{\sqrt{3}\,(c-a)}{a\cdot c} = 2$

$\sqrt{3}\,(c-a) = 2\cdot a\cdot c \text{ (ii)}$

•Sabemos que: $a + c = 2 \rightarrow a = 2 - c$

Então, $\sqrt{3}\,(\cancel{2}c - \cancel{2}^{\,1}) = \cancel{2}\cdot(2-c)\cdot c$

$\sqrt{3}\,(c-1) = 2c - c^2$

$c^2 - (2-\sqrt{3})\,c - \sqrt{3} = 0$

$$\Delta = (2-\sqrt{3})^2 - 4\cdot 1\cdot(-\sqrt{3}) = 4 - \cancel{4}\sqrt{3} + 3 + \cancel{4}\sqrt{3} = 7$$

$$c = \frac{(2-\sqrt{3}) \pm \sqrt{7}}{2} \rightarrow c = \frac{2+\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$$

- Assim, $a = 2 - c \rightarrow a = \dfrac{2-\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$.

Aplicando lei dos cossenos nos triângulos ABD e BCD:

$c^2 = 0{,}5^2 + m^2 - 2 \,.\, 0{,}5 \,.\, m \,.\, \cos(\pi - \theta)^{-\cos\theta}$
$a^2 = 0{,}5^2 + m^2 - 2 \,.\, 0{,}5 \,.\, m \,.\, \cos\theta$

∗ Subtraindo as equações: $c^2 - a^2 = 2m\cos\theta$

$$\cancel{2}(\sqrt{7}-\sqrt{3}) = \cancel{2}m\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{m}$$

∗ Somando as equações: $c^2 + a^2 = 2\left(\dfrac{1}{4} + m^2\right)$

$$7 - \sqrt{21} = \frac{1}{2} + 2m^2 \rightarrow 4m^2 = 13 - 2\sqrt{21}$$

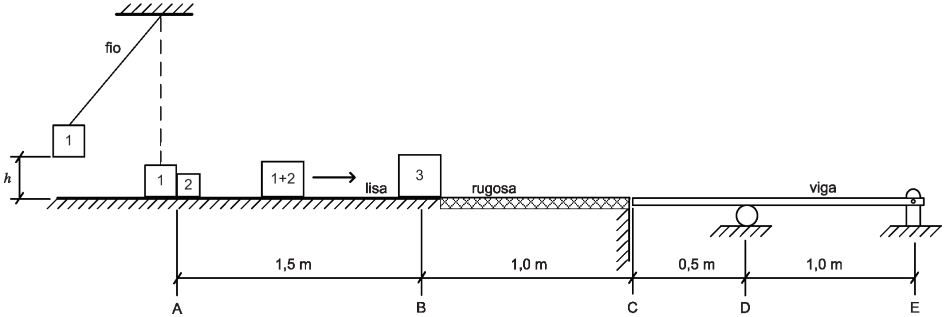
$$m = \frac{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}{2}$$

Portanto:

$$\cos\theta = \frac{2\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}$$

$$\theta = \arccos\left[\frac{2\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{13-2\sqrt{21}}}\right]$$

Questão 02



Um corpo de massa $m_1 = 4$ kg está em repouso suspenso por um fio a uma altura **h** do solo, conforme mostra a figura acima. Ao ser solto, choca-se com o corpo m_2 de 2 kg no ponto A, desprendendo-se do fio. Após o choque, os corpos m_1 e m_2 passam a deslizar unidos sobre uma superfície lisa e colidem com um corpo em repouso, de massa $m_3 = 8$ kg. Nesse ponto, o conjunto $m_1 + m_2$ para e o corpo m_3 move-se em uma superfície rugosa de coeficiente de atrito cinético igual a 0,45, estacionando no ponto C, situado na extremidade da viga CE. A viga é constituída por um material uniforme e homogêneo, cuja massa específica linear é 4 kg/m. Determine:

(A) a altura h;
(B) o valor e o sentido da reação vertical do apoio E depois que o corpo m_3 atinge o ponto C da viga.

Dado:
aceleração da gravidade: 10 $m.s^{-2}$.

Observação:
Considerar que os corpos m_1, m_2 e m_3 apresentam dimensões desprezíveis.

Solução:

(A) Conservação de energia para o corpo 1

$$Epg_i = Ec_f \rightarrow mgh = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v1 = \sqrt{2g\,h} = \sqrt{20h}$$

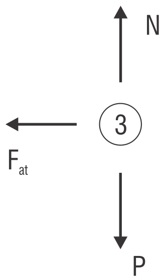
Colisão de 1 com 2

$$\vec{Q}i = \vec{Q}f \rightarrow m_1v_1 = (m_1 + m_2)\,.\,v_{12} \rightarrow v_{12} = \frac{4\,.\,\sqrt{20\,h}}{(4+2)} \rightarrow v_{12} = \frac{2\sqrt{20\,h}}{3}$$

Colisão de (1 + 2) com 3

$$\vec{Q}i = \vec{Q}f \rightarrow (m_1 + m_2)\,.\,v_{12} = m_3\,.\,v_3 \rightarrow v_3 = \frac{6\,.\,2\sqrt{20\,h}}{3\,.\,8} \rightarrow v_3 = \frac{\sqrt{20\,h}}{2} = \sqrt{5\,h}$$

Corpo 3 na superfície rugosa

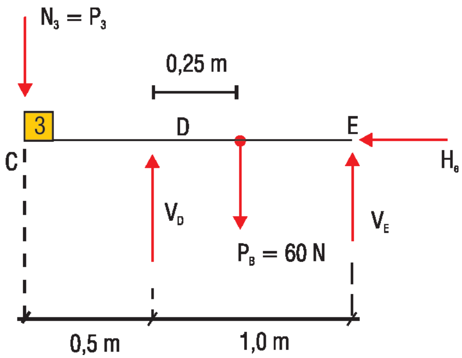


– eixo vertical: $N = P = mg = 8 \,.\, 10 = 80N$

– eixo horizontal: $F_r = ma \rightarrow F_{at} = ma \rightarrow \mu \,.\, N = ma \rightarrow 0{,}45 \,.\, 80 = 8 \,.\, a \rightarrow a = 4{,}5\ m/s^2$

– MUV: $v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta s \rightarrow o = (\sqrt{5\,h})^2 - 2 \,.\, 4{,}5 \,.\, 1{,}0 \rightarrow h = 1{,}8\ m.$

(B) barra CE



– barra em equilíbrio

$\sum M_D = 0 \rightarrow N_3 \,.\, 0{,}5 + V_E \,.\, 1{,}0 - P_B \,.\, 0{,}25 = 0 \rightarrow 80 \,.\, 0{,}5 + V_E = 60 \,.\, 0{,}25$

$\rightarrow V_E = -25\ N$

Valor de $V_E = 25\ N$
Sentido de V_E = Para baixo

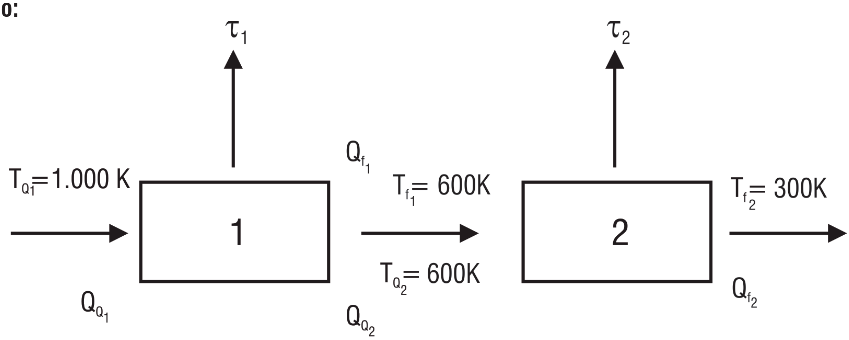
Questão 03

Em visita a uma instalação fabril, um engenheiro observa o funcionamento de uma máquina térmica que produz trabalho e opera em um ciclo termodinâmico, extraindo energia de um reservatório térmico a 1000 K e rejeitando calor para um segundo reservatório a 600 K. Os dados de operação da máquina indicam que seu índice de desempenho é 80%. Ele afirma que é possível racionalizar a operação acoplando uma segunda máquina térmica ao reservatório de menor temperatura e fazendo com que esta rejeite calor para o ambiente, que se encontra a 300 K. Ao ser informado de que apenas 60% do calor rejeitado pela primeira máquina pode ser efetivamente aproveitado, o engenheiro argumenta que, sob estas condições, a segunda máquina pode disponibilizar uma quantidade de trabalho igual a 30% da primeira máquina. Admite-se que o índice de desempenho de segunda máquina, que também opera em um ciclo termodinâmico, é metade do da primeira máquina. Por meio de uma análise termodinâmica do problema, verifique se o valor de 30% está correto.

<u>Observação:</u>

o índice de desempenho de uma máquina térmica é a razão entre o seu rendimento real e o rendimento máximo teoricamente admissível.

Solução:



máquina 1

$$ID = 80\% = \frac{\mu_{\text{real}}}{\mu_{\text{teórico máximo}}} \rightarrow 0{,}8 = \frac{\mu_{\text{real}}}{1 - \frac{T_f}{T_Q}} \rightarrow$$

$$\mu_{\text{real}} = 0{,}8\left(1 - \frac{600}{1000}\right) = 0{,}32$$

$$\text{em módulo}: \mu = \frac{\tau_1}{Q_{Q_1}} = \frac{Q_{Q_1} - Q_{f1}}{Q_{Q_1}} \rightarrow$$

$$0{,}32 = \frac{\tau_1}{Q_{Q_1}} \rightarrow \quad \tau_1 = 0{,}32\, Q_{Q_1} \text{ (i)}$$

$$0{,}32 = \frac{Q_{Q_1} - Q_{f1}}{Q_{Q_1}} \rightarrow \quad Q_{f1} = 0{,}68\, Q_{Q_1} \text{ (ii)}$$

máquina 2:

$$Q_{Q_2} = 0{,}60.\ Q_{f_1}$$

$$ID = \frac{1}{2}.\ 80\% = 40\% = \frac{\mu_{\text{real}}}{\mu_{\text{teórico máximo}}} \rightarrow 0{,}80 = \frac{\mu_{\text{real}}}{1-\frac{300}{600}}$$

$$\rightarrow \mu_{\text{real}} = 0{,}5.0{,}40 = 0{,}20$$

$$\text{em módulo}: \mu = \frac{\tau_2}{Q_{Q_2}} \rightarrow 0{,}20 = \frac{\tau_2}{0{,}60\,Q_{f1}} \rightarrow \tau_2 = 0{,}12\ Q_{f1}$$

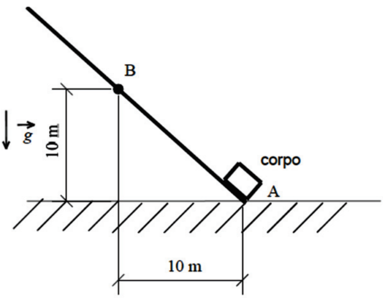
de (ii): $\tau_2 = 0{,}12.0{,}68.\ Q_{Q_1}$

por(i): $\tau_1 = 0{,}32.0{,}68.\ Q_{Q_2}$

$$\text{dividindo}: \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{0{,}12\ .\ 0{,}68,\ .\ Q_{Q_1}}{0{,}32\ .\ Q_{Q_1}} = 0{,}255 = 25{,}5\% < 30\%$$

Logo, o valor de 30% está errado.

Questão 04



Um corpo com velocidade **v** parte do ponto A, sobe a rampa AB e atinge o repouso no ponto B. Sabe-se que existe atrito entre o corpo e a rampa e que a metade da energia dissipada pelo atrito é transferida ao corpo sob a forma de calor. Determine a variação volumétrica do corpo devido à sua dilatação.

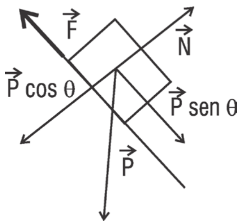
Dados:

- aceleração da gravidade: $g = 10\ m.s^{-2}$;
- volume inicial do corpo: $v_i = 0{,}001\ m^3$;
- coeficiente de dilatação térmica linear do corpo: $\alpha = 0{,}00001\ K^{-1}$;
- calor específico do corpo: $c = 400\ J.kg^{-1}.K^{-1}$.

Observações:

- o coeficiente de atrito cinético é igual a 80% do coeficiente de atrito estático;
- o coeficiente de atrito estático é o menor valor para o qual o corpo permanece em repouso sobre a rampa no ponto B.

Solução:



A inclinação da rampa é claramente $\theta = 45^o$. Se μ_E é o coeficiente de atrito estático, o corpo fica em repouso se $\mu_E N \geq P\ sen\ \theta \Leftrightarrow \mu_E mg\ cos\theta \geq mgsen\theta \Leftrightarrow \mu_E \geq 1$. Como é dado que μ_E é mínimo, $\mu_E = 1$, e portanto o coeficiente de atrito dinâmico é $\mu_D = 0{,}8$.

A força de atrito durante a subida do corpo é constante, igual a $\mu_D N = \mu_D mgcos\theta$, logo o trabalho realizado pelo atrito é $W = F\ .\ d = \mu_D mgcos\theta\ .\ 10\sqrt{2}$;

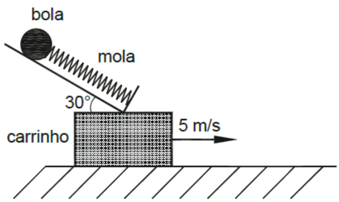
a variação de temperatura do corpo é $\Delta\theta = \dfrac{W/2}{mc} = \dfrac{\mu_D \cancel{m}gcos\theta\ .\ 5\sqrt{2}}{\cancel{m}c} =$

400

$$= \frac{0{,}8 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 5 \times \sqrt{2}}{400} = 0{,}1\,K.$$

Finalmente a variação do volume do corpo é
$\Delta V = V_i\ .\ 3\alpha\Delta\theta = 10^{-3} \times 3 \times 10^{-5} \times 10^{-1} = 3 \times 10^{-9}\ m^3 = 3\ mm^3$.

Questão 05



A figura apresenta um carrinho que se desloca a uma velocidade constante de 5 m/s para a direita em relação a um observador que está no solo. Sobre o carrinho encontra-se um conjunto formado por um plano inclinado de 30º, uma mola comprimida inicialmente de 10 cm e uma pequena bola apoiada em sua extremidade. A bola é liberada e se desprende do conjunto na posição em que a mola deixa de ser comprimida. Considerando que a mola permaneça não comprimida após a liberação da bola, devido a um dispositivo mecânico, determine:

(A) o vetor momento linear da bola em relação ao solo no momento em que se desprende do conjunto;
(B) a distância entre a bola e a extremidade da mola quando a bola atinge a altura máxima.

Dados:

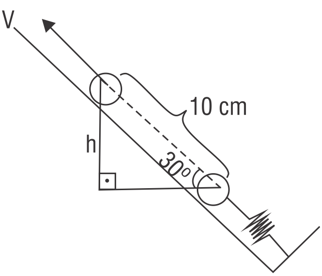
- Constante elástica da mola: $k = 100$ N.m^{-1}
- Massa da bola: $m = 200$ g
- Aceleração da gravidade: $g = 10$ m.s^{-2}

Observação:
A massa do carrinho é muito maior que a massa da bola.

Solução:

Como a massa do carrinho é bem maior do que a da bola sua velocidade não altera.

No referencial do carrinho:



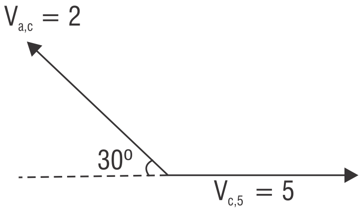
$$\text{sen } 30^o = \frac{h}{10} \rightarrow h = 5 \text{ cm}$$

usando conservação de energia : Ei = Ef

$$\frac{kx^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \rightarrow \frac{100.0,1^2}{2} = 0,2.\,10.\,0,05 + \frac{0,2v^2}{2}$$

$$0,5 = 0,1 + 0,1v^2 \rightarrow v^2 = 4 \rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

Para referencial no solo:

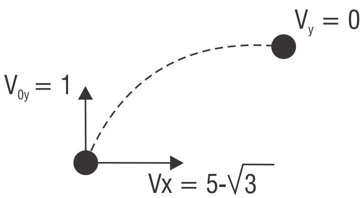


$$\vec{V}_{B,5} = \vec{V}_{B,C} + \vec{V}_{B,5}$$

$$\vec{V}_{a,5} = \left(5 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} ; 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = \left(5 - \sqrt{3}; 1\right) \text{m/s}$$

$$\vec{Q} = m. \vec{V}_{B,5} = \left(1 - 0,2\sqrt{3}; 0,2\right) \text{kg . m/s}$$

(B) Lançamento oblíquo da bola:



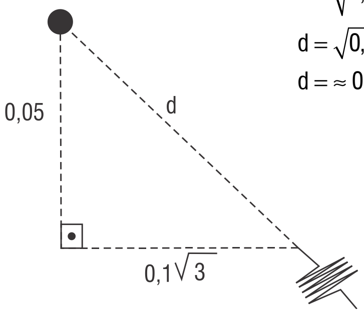
Cálculo do tempo de subida : $V_y = V_{0y} - gt \rightarrow 0 = 1 - 10. T_s$

$$T_S = 0,1_s$$

Altura máxima : $y = V_{0y} . T - gt^2 /_2 \rightarrow h = 1.0,1 - \frac{10}{2} . 0,1^2 = 0,05 \text{ m}$

Distância horizontal : $X_B = \left(5 - \sqrt{3}\right). 0,1 = 0,5 - 0,1\sqrt{3} \text{ m}$

Como durante esse tempo o carrinho percorreu 0,5 m temos:

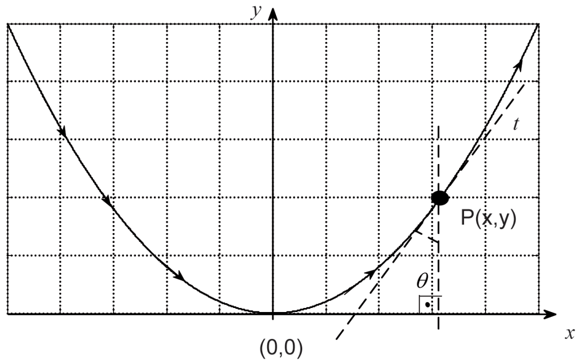


$$d = \sqrt{0,05^2 + \left(0,1\sqrt{3}\right)^2}$$

$$d = \sqrt{0,0025 + 0,03} = \sqrt{0,0325} \approx 18 : 10^{-2}$$

$$d = \approx 0,18 \text{ m}$$

Questão 06



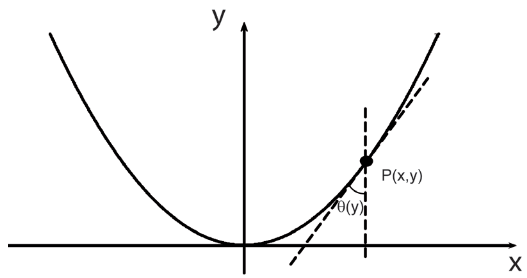
A figura acima mostra a trajetória parabólica de um raio luminoso em um meio não homogêneo.
Determine o índice de refração **n** desse meio, que é uma função de y, sabendo que a trajetória do raio é descrita pela equação $y = ax^2$, onde $a > 0$.

Dados:

- $\text{cotg}\ \theta = 2ax$;
- $n(0) = n_0$.

Observação:
P(x,y) é o ponto de tangência entre a reta t e a parábola.

Solução:

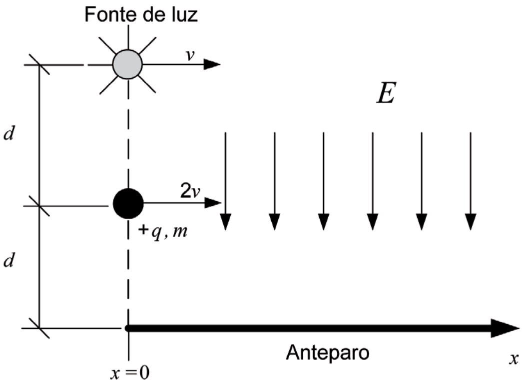


Pela lei de Snell-Descartes, temos que:
$n(y)\ .\ \text{sen}(\theta(y))$ é constante, onde $\theta(y)$ é a função que nos dá o ângulo θ da figura em função de y.
É dado que no ponto (x,y), $\text{cotg}\ (\theta(y)) = 2ax \Rightarrow 1 + \text{cotg}^2\ (\theta(y)) = 4\ a^2x^2 + 1 \Rightarrow \text{sen}\ ^2(\theta(y)) = \dfrac{1}{1+4a^2x^2} = \dfrac{1}{1+4ay} \Rightarrow \text{sen}\ (\theta(y)) = \dfrac{1}{\sqrt{1+4ay}}$, pois $\text{sen}\ (\theta(y)) > 0$.

Então, $n(y)\cdot \dfrac{1}{\sqrt{1+4ay}}$ é constante. Para $y=0$, temos que tal constante é $n(0)=n_0$.

Daí, $\dfrac{n(y)\cdot 1}{\sqrt{1+4ay}} = n_0 \Rightarrow n(y) = n_0\sqrt{1+4ay}$.

Questão 07



A figura apresenta uma fonte de luz e um objeto com carga $+q$ e massa m que penetram numa região sujeita a um campo elétrico E uniforme e sem a influência da força da gravidade. No instante $t = 0^-$, suas velocidades horizontais iniciais são v e $2v$, respectivamente. Determine:

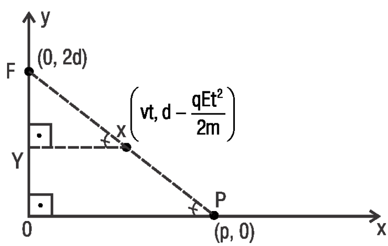
(A) o instante t em que o objeto se choca com o anteparo;
(B) a equação da posição da sombra do objeto no anteparo em função do tempo;
(C) a velocidade máxima da sombra do objeto no anteparo;
(D) a equação da velocidade da sombra do objeto no anteparo em função do tempo caso o campo elétrico esteja agindo horizontalmente da esquerda para a direita.

Solução:

Vamos mudar para o referencial da fonte de luz; neste referencial a velocidade inicial do objeto é $+v\hat{x}$.

(A) A única força que atua sobre o objeto é a força elétrica, que é $-qE\hat{y}$. Logo a aceleração vertical é $a_y = \frac{-qE}{m}$. Como $v_y^0 = 0$ e $s_y^0 = d$, $s_y = 0 \Leftrightarrow \frac{qE}{2m}t^2 = d \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2dm}{qE}}$.

(B)



Como FYX e FOP são semelhantes,

$$\frac{d + \frac{qE}{2m}t^2}{2d} = \frac{vt}{p} \Leftrightarrow p(t) = \frac{2dvt}{d + \frac{qE}{2m}t^2}.$$

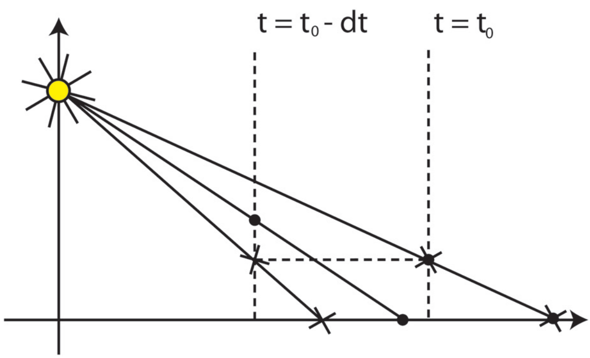
Convertendo de volta para o referencial original do problema, $p(t) = vt + \dfrac{2dvt}{d + \frac{qE}{2m}t^2}$.

(C)

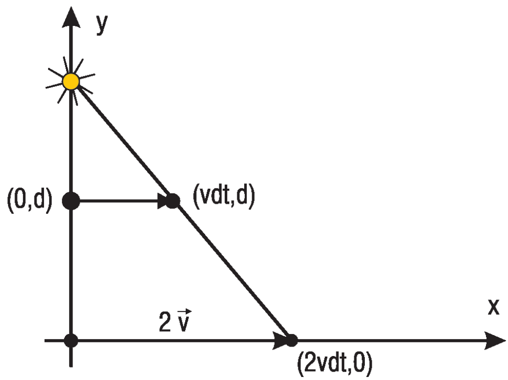
1ª Solução:

Suponha que o máximo ocorre no instante $t = t_0, 0 < t_0 \leq \sqrt{\frac{2dm}{qE}}$. . Considere uma partícula descarregada, que começa na posição $\left(0, d - \frac{qE}{2m} t_0^2\right)$ e tem velocidade $+v\hat{x}$. Então a sombra da partícula e do objeto coincidem em $t = 0$ e $t = t_0$, e ambas colidem em $t = t_0$. Logo ambas as sombras têm a mesma velocidade média no intervalo $[0, t_0]$; como a sombra da partícula tem velocidade constante, esta é igual à velocidade média.

Como a velocidade da sombra do objeto é máxima mas a da sombra da partícula é apenas média, no instante $t = t_0 - dt$, a sombra do objeto antecede a da partícula, o que é uma contradição, pois nesse instante o objeto está acima da partícula, e portanto sua sombra deve se localizar após a partícula.



Logo o máximo é atingido em $t = 0$.



Como a velocidade é horizontal em $t = 0$, a velocidade da sombra é $2v$ por semelhança; no referencial original do problema, a velocidade máxima é $3v$.

2ª Solução:
Sendo a = 2md e b = qE, temos:

$$v_s(t) = \frac{dx_s(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v\left(t + \frac{2at}{a+bt^2}\right)\right] = v\left(1 + \frac{2a(a+bt^2) - 2at\,2bt}{(a+bt^2)^2}\right) = v\left(1 + \frac{2a^2 - 2abt^2}{(a+bt^2)^2}\right)$$

$$v_s(t) = v\left[1 + 2a.\frac{(a-bt^2)}{(a+bt^2)^2}\right]$$

Conforme o tempo aumenta, a velocidade da sombra diminui. Assim, a velocidade da sombra é máxima em $t = 0$: $v_{s_{MAX}} = v\left(1 + \frac{2a.a}{a^2}\right) = 3v$

(D)
Como neste caso y(t)=d para todo t, p(t) é simplesmente 2x(t).
A força elétrica atua somente no eixo x e é igual a $+qE\hat{x}$, logo $\vec{a_x} = +\frac{qE}{m}\hat{x}$.
Logo x(t) é um MRUV com $s_0 = 0$, $v_0 = v$ e $a = \frac{qE}{m}$, isto é,
$x(t) = vt + \frac{qE}{2m}t^2$. Logo p(t) no refencial original do problema é $p(t) = 3vt + \frac{qE}{m}t^2$.

Questão 08

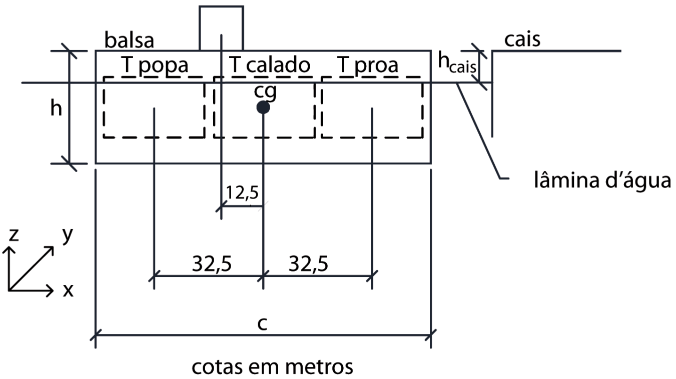


Figura 1

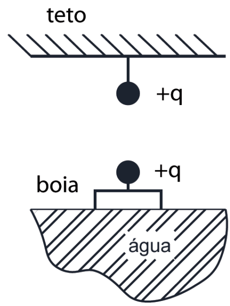


Figura 2

Uma balsa de 2×10^6 kg encontra-se ancorada em um cais realizando uma operação de carregamento. O alinhamento horizontal da balsa é controlado por dois tanques denominados tanque de proa e tanque de popa (T_{proa} e T_{popa}). Cada um desses tanques possui uma bomba que realiza a transferência da água contida em seu interior para o outro tanque. Além desses dois tanques, existe o tanque de calado, denominado T_{calado}, que controla a profundidade (posição vertical) da balsa, captando ou rejeitando a água do mar, de modo que seu plano de embarque permaneça no nível do cais. Um corpo de massa 400×10^3 kg está embarcado na balsa, a uma distância de 12,5 m a esquerda do centro de gravidade da balsa (cg) e centralizada em relação ao eixo *y*. Toda situação descrita acima se encontra representada na Figura 1.
Para a determinação do volume de água contido no tanque de calado, foi idealizado um dispositivo composto por duas cargas positivas iguais a 1 μC, que é capaz de medir a força de repulsão entre as cargas. A primeira carga se localiza em uma bóia no interior do tanque e a segunda carga se localiza no teto, conforme apresentado na Figura 2.
Sabendo-se que: a massa total de água dos tanques de proa e de popa é $1{,}4 \times 10^6$ kg; a altura do cais (h_{cais}) medida a partir da lâmina d´água é 4 m; a balsa encontra-se nivelada com o cais; e em equilíbrio mecânico, determine:

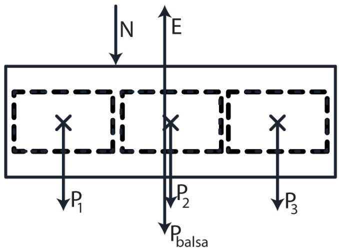
(A) A massa de água em cada um dos três tanques.
(B) O módulo da força de repulsão entre as cargas.

Dados:
- Densidade da água $\rho = 1000$ kg.m^{-3}
- Permissividade do vácuo $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F.m^{-1}
- Dimensões da balsa: - Comprimento: c = 100 m;
- Altura: h = 10 m; e Largura: 10 m.
- Dimensões do taque de calado:
- Comprimento: 30 m; Altura: 9 m e Largura: 9 m.

Observações:
- O corpo possui dimensões desprezíveis quando comparado à balsa;
- Só é permitida a rotação da balsa em torno de seu eixo *y* (ver Figura 1).

Solução:

(A)



$P_1 \rightarrow$ Peso da água no tanque de popa.
$P_2 \rightarrow$ Peso da água no tanque de calado.
$P_2 \rightarrow$ Peso da água no tanque de calado.

$P_1 + P_3 = 14 \cdot 10^6$

– Equilíbrio vertical: $\sum F_z = 0$
$E = N + P_{balsa} + P_1 + P_2 + P_3$

$1000 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10 = 400 \cdot 10^3 \cdot 10 + 2 \cdot 10^6 \cdot 10 + 14 \cdot 10^6 + P_2 \rightarrow 60 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^6 + 20 \cdot 10^6 + 14 \cdot 10^6 + P_2$
$P_2 = 22 \cdot 10^6 \, N \rightarrow m_2 = 2{,}2 \cdot 10^6$ kg.

– Equilíbrio de rotação: $\sum M_{CG} = 0$

$P_3 \cdot 32{,}5 - P_1 \cdot 32{,}5 - N \cdot 12{,}5 = 0 \rightarrow 32{,}5\,(P_3 + P_3 - 14 \cdot 10^6) = 125 \cdot 400 \cdot 10^3 \cdot 10$

$26\,P_3 - 182 \cdot 10^6 = 20 \cdot 10^6 \rightarrow P3 = \dfrac{202}{26} \cdot 10^6 \text{ N} \rightarrow m_3 = \dfrac{101}{13} \cdot 10^5 \text{ kg.}$

$m_3 = 7{,}77 \cdot 10^5$ kg.
$m_1 = 6{,}23 \cdot 10^5$ kg.

(B)

Cálculo da altura da água dentro do tanque de calado: $\rho = \dfrac{m}{v} \rightarrow v = \dfrac{2{,}2 \cdot 10^6}{10^3} = 2200\text{m}^3.$

$v = A \cdot h \rightarrow 2200 = 30 \cdot 9 \cdot h \rightarrow h = \dfrac{220}{27}\text{m.}$

A distância entre as cargas será, portanto, $\left(9 - \dfrac{220}{27}\right) = \dfrac{23}{27}\text{m.}$

Cálculo da força elétrica: $Fel = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q^2}{d^2} = \dfrac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \dfrac{10^{-12}}{\dfrac{23^2}{27^2}}.$

$F_{el} = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12} \cdot \left(\dfrac{27}{23}\right)^2 = 12{,}4 \cdot 10^{-3}\text{N} = 1{,}24 \cdot 10^{-2}\text{N.}$

Questão 09

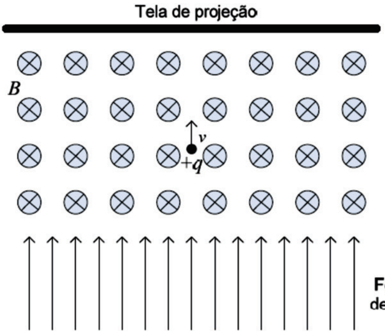


Figura1

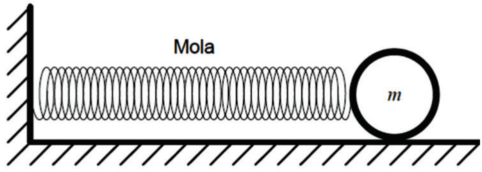


Figura2

Na Figura 1 é apresentado um corpo de massa *m* e carga $+q$ imerso em um campo magnético *B*. O corpo possui uma velocidade *v* perpendicular ao campo magnético. Nele incide um feixe de luz paralela que o ilumina, projetando a sua sombra em uma tela onde executa um movimento equivalente ao de um corpo com massa *m* preso a uma mola, conforme apresentado na Figura 2. Determine:

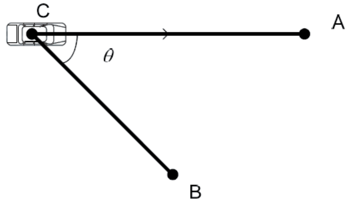
(A) o valor da constante elástica da mola;
(B) a energia potencial elástica máxima;
(C) a velocidade máxima do corpo;
(D) a frequência do movimento.

Observação: Despreze a ação da gravidade.

Solução:
A força sobre o corpo original é $F_m = qvB$; a órbita do corpo é circular ao longo de um plano perpendicular ao campo magnético.
O raio da circunferência da órbita é $R = \frac{mv^2}{qvB} = \frac{mv}{qB}$, é portanto a velocidade angular do corpo é $w = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$.
Supondo que a tela é perpendicular ao feixe de luz, o movimento da sombra é um movimento harmônico simples com mesma velocidade angular e amplitude R; em qualquer momento dado, a velocidade linear da sombra é a projeção da velocidade linear do corpo sobre o plano da tela. Isto implica que a velocidade do corpo é paralela à tela, já que esta é constante em módulo.
Neste ponto, o corpo equivalente à sombra tem energia total $\frac{1}{2}mv^2$, já que a velocidade máxima é atingida com a mola em repouso.
(A) Como a energia do corpo equivalente à sombra se conserva e a amplitude do movimento é R, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}KR^2 \Leftrightarrow K = \frac{mv^2}{R^2} = \frac{q^2B^2}{m}$

(B) $\frac{1}{2}mv^2$ por conservação de energia; o máximo é atingido quando o corpo equivalente à sombra encontra-se em um dos extremos do movimento, em repouso – neste caso, toda a energia é potencial.
(C) v, atingida quando a mola está em repouso – neste caso, toda a energia é cinética.
(D) $f = \frac{w}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$.

Questão 10



A figura apresenta um carro C que está se movendo a uma velocidade de 36 km/h em direção a um observador situado no ponto A e que passa próximo de um observador situado no ponto B. A reta CB forma um ângulo θ com a reta CA. A buzina do carro, cuja frequência é 440 Hz, é acionada no momento em que $\theta = 60^{\circ}$. Sabendo que a frequência ouvida pelo observador situado em A é igual à frequência fundamental de um tubo de 0,19 m de comprimento aberto em uma das extremidades, determine:

(A) a velocidade do som no local;
(B) a frequência ouvida pelo observador situado em B.

Observação:
O tubo encontra-se no mesmo local dos observadores.

Solução:

(A) Para o tubo fechado, temos:

$$f_{fund} = \frac{v_{som}}{\lambda}.$$

Mas, $\frac{\lambda}{4} = 0{,}19\ \text{m} \Rightarrow \lambda = 0{,}76\ \text{m}.$

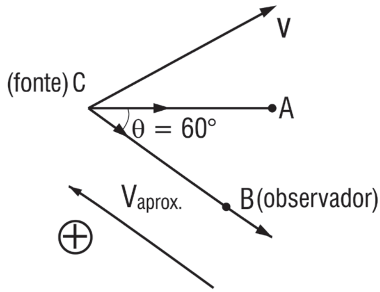
Então: $f_{fund} = \frac{V_{som}}{0{,}76}.$

Pelo Efeito Doppler, temos:

$$f_{ouvida} = \frac{440 \cdot (v_{som})}{v_{som} - 10}.$$

Mas é dito que $f_{ouvida} = f_{fund} = \frac{\cancel{v_{som}}}{0{,}76} = \frac{440 \cdot \cancel{v_{som}}}{v_{som} - 10} \Rightarrow v_{som} - 10 = 334{,}4 \Rightarrow v_{som} = 344{,}4\ \text{m/s}.$

(B) Teremos a seguinte situação:



Mais uma vez usando Efeito Doppler, temos:

$$f_B = \frac{440 \cdot (v_{som})}{v_{som} - v_{aprox}}.$$

Temos que $v_{aprox.} = v \cdot \cos 60° = \frac{v}{2} = 5$ m/s e $v_{som} = 344{,}4$ m/s.

Então, $f_B = \frac{440 \cdot 344{,}4}{344{,}4 - 5} = \frac{440 \cdot 344{,}4}{339{,}4} = 446{,}5 \text{ Hz}$.

Comentários Finais:

A prova do IME deste ano teve nível médio de dificuldade, sendo ligeiramente mais simples do que nos concursos anteriores. Foi um exame bem abrangente, embora tenhamos sentido falta de questões de eletrodinâmica.

Podemos dizer que as questões 4 e 9 foram as mais fáceis, a questão 7 foi a mais difícil e a questão 6 surpreendeu pela criatividade. Os enunciados estavam bastante claros e permitiram fácil compreensão pelos alunos.

A equipe Pensi parabeniza a banca por mais uma vez criar questões diferentes do convencional e que certamente selecionarão os candidatos mais bem preparados.