MATEMÁTICA

Questão 1

Os polinômios $P(x) = x^3 + ax^2 + 18$ e $Q(x) = x^3 + bx + 12$ possuem duas raízes comuns, Sabendo que a e b são números reais , pode-se afirmar que satisfazem a equação:

(A) $a=b$.
(B) $2a=b$.
(C) $a=2b$.
(D) $2a=3b$.
(E) $3a=2b$.

Gabarito: Letra B.

Sejam u, v e r as raízes de $P(x)$ e u, v e s as raízes de $Q(x)$. Pelas relações de Girard temos:

$$\begin{cases} u+v+r=-a \\ u+v+s=0 \end{cases} \Rightarrow r-s=-a \ (*)$$

$$\begin{cases} u\,v\,r=-18 \\ u\,v\,s=-12 \end{cases} \Rightarrow \frac{r}{s}=\frac{3}{2} \Rightarrow r=\frac{3s}{2}$$

Substituindo em (*): $\dfrac{3s}{2} - s = -a \Rightarrow s = -2a \Rightarrow r = -3a$.

Como r é raiz de $P(x)$:

$P(r) = P(-3a) = 0 \Rightarrow -27a^3 + 9a^3 + 18 = 0 \Rightarrow a=1$. (pois $a \in \mathbb{R}$)

Logo $s = -2$, e $Q(-2) = -8 - 2b + 12 = 0 \Rightarrow b = 2$.

Segue que $2a=b$.

Questão 2

Assinale a alternativa que apresenta o mesmo valor da expressão $[4\cos^2(9^o) - 3][4\cos^2(27^o) - 3]$:

(A) sen(9^o).
(B) tg(9^o).
(C) cos(9^o).
(D) sec(9^o).
(E) cossec(9^o).

Gabarito: Letra B.

Lembrando que $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$, para $\cos x \neq 0$ temos $4\cos^2 x - 3 = \dfrac{\cos 3x}{\cos x}$.

Então, $4\cos^2 9^\circ - 3 = \dfrac{\cos 27^\circ}{\cos 9^\circ}$ e $4\cos^2 27^\circ - 3 = \dfrac{\cos 81^\circ}{\cos 27^\circ}$.

Multiplicando, a expressão pedida é igual a

$$\frac{\cos 27^\circ}{\cos 9^\circ} \cdot \frac{\cos 81^\circ}{\cos 27^\circ} = \frac{\cos 81^\circ}{\cos 9^\circ} = \frac{\text{sen} 9^\circ}{\cos 9^\circ} = \tan 9^\circ.$$

Questão 3

Considere a equação $\log_{3x}\frac{3}{x} + (\log_3 x)^2 = 1$. A soma dos quadrados das soluções reais dessa equação está contida no intervalo.

Gabarito: Letra C.

Fazendo $\log_3 x = a$ e passando para a base 3, temos que:

$$\log_{3x}\frac{3}{x} = \frac{\log_3 \frac{3}{x}}{\log_3 3x} = \frac{\log_3 3 - \log_3 x}{\log_3 3 + \log_3 x} = \frac{1-a}{1+a}.$$

Daí, a equação torna-se: $\dfrac{1-a}{1+a} + a^2 = 1. \Leftrightarrow \dfrac{1-a}{1+a} = 1 - a^2 = (1-a)(1+a)$.

Daí, temos a solução $a = 1$ e, se $a \neq 1$, $\dfrac{1}{1+a} = 1 + a \Leftrightarrow 1 = (1+a)^2 = 1 + 2a + a^2 \Leftrightarrow a(a+2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = 0$ ou $a = 2$.

Então, as soluções em a são: $a = 0$, $a = 1$, $a = -2$.

Como $\log_3 x = a$, segue que $x = 3^a$ e as soluções são 3^0, 3^1 e 3^{-2}, ou seja, 1; 3 e $\dfrac{1}{9}$.

A soma dos seus quadrados é $1 + 9 + \dfrac{1}{81} = 10 + \dfrac{1}{81}$, que está entre 10 e 15.

Questão 4

Considere as inequações abaixo:

I. $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$
II. $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$
III. $(a^2 - b^2) \geq (a - b)^4$

Esta(ão) correta(s), para quaisquer valores reais positivos de a, b e c, a(s) equação(ões)

(A) II apenas.
(B) I e II apenas.
(C) I e III apenas.
(D) II e III apenas.
(E) I, II e III.

Gabarito: Letra B.

I. Verdadeira.
$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq 0$, ou que é verdade.

II. Verdadeira.
$a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2 \Leftrightarrow (a+b)\,(a^2 - ab + b^2) \geq ab\,(a+b) \Leftrightarrow (a+b)\,(a^2 - 2ab + b^2) \geq 0 \Leftrightarrow (a+b)\,(a-b)^2 \geq 0$, o que é verdade, pois $a + b > 0$ e $(a-b)^2 \geq 0$.

III. Falsa.
Basta tomar, por exemplo, $a = 3$ e $b = 1$.
O lado esquerdo é $3^2 - 1^2 = 8$ e o lado direito é $(3-1)^4 = 16$.

Questão 5

Considere o sistema de equações $\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = d \end{cases}$, com a, b, c, d, p e q reais, $abcd \neq 0$, $a + b = m$ e $d = nc$. Sabe-se que o sistema é indeterminado. O valor de $p + q$ é

(A) m.
(B) $\frac{m}{n}$.
(C) $m^2 - n^2$.
(D) mn.
(E) $m + n$.

Gabarito: Letra D.

Como o sistema é indeterminado e o enunciado indica que a, b, c, d são não-nulos: $\frac{p}{a} = \frac{q}{b} = \frac{d}{c}$.
Usando propriedades de razões e proporções:
$\frac{p+q}{a+b} = \frac{d}{c}$; donde $\frac{p+q}{m} = \frac{nc}{c}$.

Segue que $p + q = mn$

Questão 6

O coeficiente de x^4y^4 no desenvolvimento de $(1 + x + y)^{10}$ é:

(A) 3150
(B) 6300
(C) 75600
(D) 81900
(E) 151200

Gabarito: Letra A.

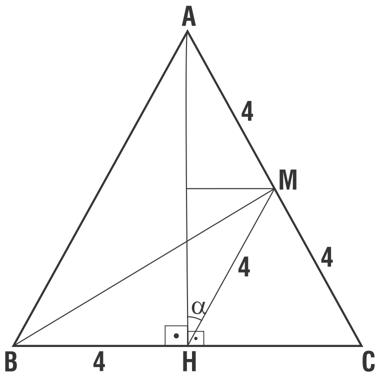
Desenvolvendo o polinômio de Leibniz, o termo geral de $(1+x+y)^{10}$ é $T = \frac{10!}{\alpha!\beta!\gamma!}1^{\alpha}x^{\beta}y^{\gamma}$. Para encontrarmos o coeficiente de x^4y^4 basta fazermos $\alpha=2$, $\beta=4$ e $\gamma=4$. Portanto, o coeficiente é $\frac{10!}{2!4!4!} = 3150$.

Questão 7

Seja um triângulo *ABC*. *AH* é a altura relativa de *BC*, com *H* localizado entre *B* e *C*. Seja *BM* a mediana relativa de *AC*. Sabendo que $BH = AM = 4$, a soma dos possíveis valores inteiros de *BM* é:

(A) 11.
(B) 13.
(C) 18.
(D) 21.
(E) 26.

Gabarito: Letra B.



O triângulo BHM é obtusângulo isósceles com BH = HM = 4, pois HM = AM = MC (mediana relativa à hipotenusa).

Logo, $BM^2 > 4^2 + 4^2 = 32 \rightarrow BM > 4\sqrt{2}$. Pela desigualdade triangular, $BM < 4 + 4 = 8$.
Logo, os possíveis valores inteiros são 6 e 7, cuja soma é 13.

Questão 8

Seja Δ o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x^2 & x^3 \\ x & x & 1 \end{bmatrix}$. O número de possíveis valores de *x* reais que anulam Δ é

(A) 0.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 3.
(E) 4.

Gabarito: Letra C.

Inicialmente, podemos colocar em evidência o fator x na 2ª linha.

Assim, $\Delta = x\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & x & x^2 \\ x & x & 1 \end{vmatrix}$. Subtraindo a 2ª linha na 3ª linha,

temos $\Delta = x\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & x & x^2 \\ x-1 & 0 & 1-x^2 \end{vmatrix}$. Fatorando x–1 na 3ª linha,

temos $\Delta = x\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 0 & -x-1 \end{vmatrix}(x-1)$. Usando a regra de Chió:

$$\Delta = x(x-1)\,.\begin{vmatrix} x-2 & x^2-3 \\ -2 & -x-4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = x\,.\,(x-1)\,.\left[(x-2)\,(-x-4)+2(x^2-3)\right]$$

$$\Delta = x\,.\,(x-1)\,.\,(x^2-2x+2)$$

As raízes são 0; 1; 1 + i e 1 – i.

O nº de raízes reais é 2.

Questão 9

Seja o número complexo $z = \dfrac{a}{ib(1+ib)^2}$, onde *a* e *b* são números reais positivos e $i = \sqrt{-1}$. Sabendo que o módulo e o argumento de *z* valem, respectivamente, 1 e $(-\pi)$ rd, o valor de *a* é:

(A) 1/4.
(B) 1/2.
(C) 1.
(D) 2.
(E) 4.

Gabarito: Letra D.

Temos z = 1 . cis$(-\pi) = \cos(-\pi) + i\operatorname{sen}(-\pi) = -1$.

Logo, $\dfrac{a}{ib\,(l+ib)^2} = -1$;

$a = -ib\,(1+2ib-b^2)$

$a = 2b^2 + i(b^3 - b)$

Como a, b $\in \mathbb{R}$; podemos igualar as partes reais e imaginárias:

(ι) $0 = b^3 - b$ e $b \in \mathbb{R}_+^* \Rightarrow b = 1$

$(\iota\iota)$ $b = 1 \Rightarrow a = 2b^2 = 2$

Questão 10

Entre os números 3 e 192 insere-se igual números de termos de uma pregressão aritimética e de uma progressão geométrica com razão r e q, repectivamente , onde r e q são números inteiros . O número 3 e o número 192 perticipam destas duas progressões. Sabe-se que o terceiro termo de $\left(1+\dfrac{1}{q}\right)^8$, em potências crescentes de $\dfrac{1}{q}$, é $\dfrac{r}{9q}$. O segundo termo da progressão aritimética é.

(A) 12.
(B) 48.
(C) 66.
(D) 99.
(E) 129.

Gabarito: Letra C.

O terceiro termo do desenvolvimento de $(1+\dfrac{1}{q})^8$ é $\dbinom{8}{2}.\dfrac{1}{q^2} = \dfrac{28}{q^2}$. Como o terceiro termo é igual a $\dfrac{r}{9q}$, temos que $\dfrac{28}{q^2} = \dfrac{r}{9q} \Rightarrow r.q = 2^2.3^2.7$

Temos também que $a_n = a_1 + (n-1)r$ e $b_n = b_1\, q^{\,n-1}$

$$192 = 3 + (n-1)r \Rightarrow n-1 = \frac{189}{r} \quad e$$

$$192 = 3.q^{n-1} \Rightarrow \quad q^{n-1} = 64$$

Portanto, $q^{\frac{189}{r}} = 64 \Rightarrow q^{189} = 64^r = 2^{\,6r} \Rightarrow q^{63} = 2^{2r}$. Como as razões da PA e PG são inteiras, temos que q é uma potência de 2.

Fazendo $q = 2^k$, temos que $2^{\,k.63} = 2^{2.r} \Rightarrow k.\,63 = 2r$

Como k e r são inteiros, temos que k é par e, além disso, $k<6$ para termos ao menos um novo termo acrescido entre 3 e 192.

Se $k = 2 : r = 63$ e $q = 4$, logo os termos da PA serão (3, 66, 129, 192) e os termos da PG serão (3, 12, 48, 192).

Se $k=4 : r = 126$ e $q = 16$, que não satifaz a condição do problema pois o 2º termo da PG seria 48 e o 3º seria $16.48 > 192$.

Portanto, $r=63$, $q= 4$ e o segundo termo da PA é 66.

Questão 11

Um menino, na cidade do Rio de janeiro, lança uma moeda. Ele andará 1 m para leste se o resultado for cara ou 1 m para oeste se o resultado for coroa. A probabilidade deste menino estar a 5 m de distância de sua posição inicial, após 9 lançamentos da moeda, é

(A) $\dfrac{9}{2^6}$

(B) $\dfrac{35}{2^6}$

(C) $\dfrac{2}{9!}$

(D) $\dfrac{35}{2^9}$

(E) $\dfrac{9!}{2^9}$

Gabarito: Letra A.

Como o menino deve estar a 5 m de distância de sua posição inicial, ele deve ter 7 caras e 2 coroas ou 7 coroas e 2 caras. Nesse caso, basta permutar esses sequências e dividir pelo total de casos possíveis:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{(P_9^{7,2} + P_9^{2,7})}{2^9} = 2 \cdot \frac{9!}{7!2!} \cdot \frac{1}{2^9} = \frac{9}{2^6}$$

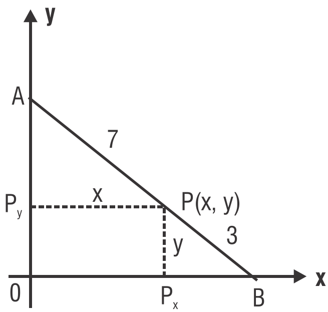
Questão 12

Considere uma haste *AB* de comprimento 10 m. Seja um ponto *P* localizado nesta haste a 7 m da extremidade *A*. A posição inicial desta haste é horizontal sobre o semieixo *x* positivo, com a extremidade *A* localizada na origem do plano cartesiano. A haste se desloca de forma que a extremidade A percorra o eixo *y*, no sentido positivo, e a extremidade B percorra o eixo *x*, no sentido negativo, até que a extemidade *B* esteja sobre a origem do plano cartesiano. A equação do lugar geométrico, no primeiro quadrante, traçado pelo ponto *P* ao ocorrer o deslocamento descrito é:

(A) $49x^2 + 9y^2 - 280x + 120y - 441 = 0$
(B) $49x^2 - 406x - 49y^2 + 441 = 0$
(C) $9x^2 + 49y^2 - 441 = 0$
(D) $9x^2 + 9y^2 + 120 - 441 = 0$
(E) $9x^2 - 49y^2 - 441 = 0$

Gabarito: Letra C.

Se P = (x, y), temos na figura abaixo:



$\Delta APP_y \sim \Delta ABO$, logo:

$$AP_y = \frac{7}{3}\,.\,y$$

Aplicando Pitágoras em APP_y:

$$\left(\frac{7}{3}y\right)^2 + x^2 = 49$$

$$49y^2 + 9x^2 = 441$$
$$9x^2 + 49y^2 - 441 = 0$$

Questão 13

Considere uma pirâmide regular de base hexagonal e altura *h*. Uma esfera de raio *R* está inscrita nesta pirâmide. O volume desta pirâmide é:

(A) $\dfrac{2h\sqrt{3}}{3}\dfrac{R^2h}{h-2R}$.

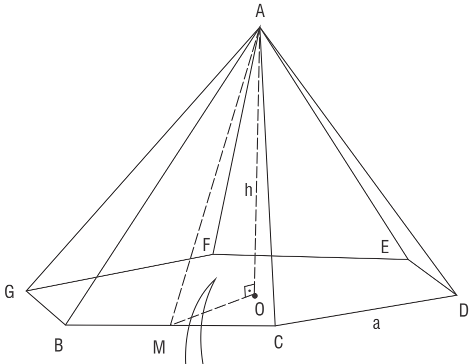
(B) $\dfrac{h\sqrt{3}}{3}\dfrac{R^2h}{h+2R}$.

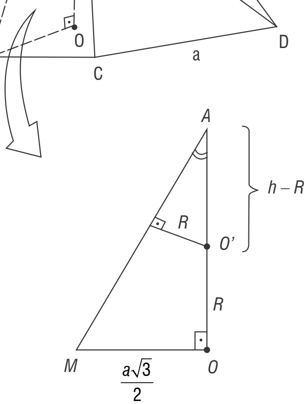
(C) $\dfrac{2h\sqrt{3}}{3}\dfrac{R^2h}{h+2R}$.

(D) $\dfrac{h\sqrt{3}}{3}\dfrac{R^2h}{h-2R}$.

(E) $\dfrac{2h\sqrt{3}}{3}\dfrac{R^2h}{h-R}$.

Gabarito: Letra A.





Seja O o centro da base, AO e AM as alturas da pirâmide e da face lateral, respectivamente.
OM é o apótema do hexágono regular de lado a; portanto, $OM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Seja O' o centro da esfera inscrita à pirâmide. No triângulo AOM, temos:

$$\frac{R}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{h-R}{\sqrt{h^2+\frac{3a^2}{4}}} \Leftrightarrow \frac{4R^2}{3a^2} = \frac{(h-R)^2}{h^2+\frac{3a^2}{4}}$$

$$\Leftrightarrow 4R^2h^2 + 3a^2R^2 = 3a^2(h-R)^2$$

$$\Leftrightarrow 4R^2h^2 = 3a^2[(h-R)^2 - R^2]$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{4R^2h}{3(h-2R)}.$$

O volume da pirâmide é:

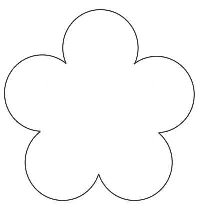
$$Vol = \frac{1}{3}A_{base} \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}h$$

Então:

$$Vol = \frac{2R^2h}{3(h-2R)} \cdot \sqrt{3} \cdot h = \frac{2h\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{R^2h}{h-2R}$$

Questão 14

Considere a figura abaixo formada por arcos de circunferência tangentes cujos centros formam um pentágono regular inscritível em uma circunferência de raio R. O perímetro da figura é:



(A) $\frac{7\pi R}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$.

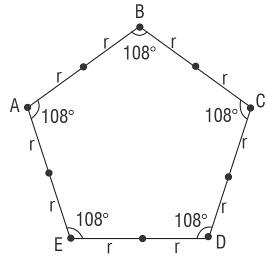
(B) $\frac{7\pi R}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$.

(C) $\frac{7\pi R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$.

(D) $\frac{7\pi R}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$.

(E) $\frac{7\pi R}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$.

Gabarito: Letra E.



O raio r de cada um dos arcos é metade do lado pentágono ABCDE, onde A, B, C, D e E são os centros dos arcos.
Como ABCDE está inscrito numa circunferência de raio R, AB = 2R sen 36°, donde $2r = 2R$ sen $36° \Rightarrow r = R$ sen 36°.
O perímetro desejado é o perímetro de 5 arcos de 252° de circunferências de raio π, donde queremos $5 \cdot \frac{252}{360} \cdot 2\pi r = 7\pi r = 7\pi R \text{ sen } 36°$.

Usando que sen 36° = $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$, temos que o perímetro é $\frac{7\pi R\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$.

Questão 15

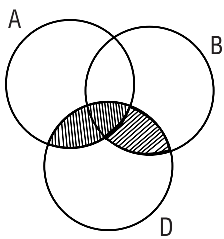
Considere os conjuntos *A*, *B*, *C* e *D*, não vazios, contidos no mesmo conjunto universo *U*. A simbologia $\overline{F}$ representa o complemento de um conjunto *F* em relação ao conjunto *U*. Assinale a opção correta:

(A) Se $A \cap D \subset C$ e $B \cap D \subset C$ então $A \cap B \subset C$
(B) $\overline{\left[(A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C)\right]} \cap (A \cap B \cap C) = (A \cap B)$
(C) $(A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) = (A \cap B \cap C)$
(D) $(A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$
(E) Se $A \subset C$ e $B \subset C$ então $\overline{\overline{A} \cup \overline{B}} \subset C$

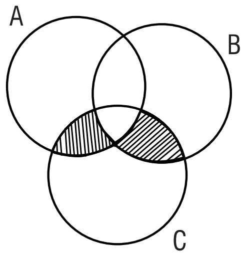
Gabarito: Letra E.

A letra E está correta, pois $\overline{(\overline{A} \cup \overline{B})} = \overline{\overline{A}} \cap \overline{\overline{B}} = A \cap B$. Logo, como $A \subset C$ e $B \subset C$ implicam $A \cap B \subset C$, temos que $\overline{\overline{A} \cup \overline{B}} \subset C$.
As demais estão erradas:

(A) Se $A \cap D \subset C$ e $B \cap D \subset C$, então C contém a região hachurada abaixo, mas não necessariamente contém $A \cap B$:

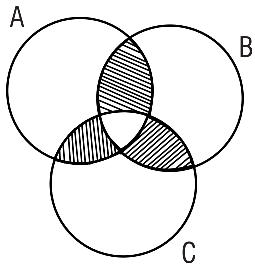


(B) $(A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C)$ pode ser representada pela região:



Logo, a interseção com A ∩ B ∩ C é vazia (e, portanto, não necessariamente igual a A ∩ B).

(C) A figura abaixo representa $(A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \overline{C})$.



Logo, o complemento dessa expressão pode incluir elementos fora de A ∩ B ∩ C.

(D) Da figura anterior, vemos que o lado esquerdo é, na verdade, igual a (A ∩ B) ∪ (B ∩ C)∪(A ∩ C) – (A ∩ B ∩C)

PROFESSORES:

Carlos Augusto

Celso Ramos

Jordan Piva

Marcio Cohen

Matheus Secco

Moysés Cohen

Rodrigo Villard

Sandro Davison

Daniel Fadel

FÍSICA

Questão 16

Uma partícula de carga q e massa m está sujeita a dois campos elétricos ortogonais $E_x(t)$ e $E_y(t)$, dados pelas equações:

$E_x(t) = 5 \text{ sen } (2t)$
$E_y(t) = 12 \cos (2t)$

Sabe-se que a trajetória da partícula constitui uma elipse. A velocidade escalar máxima atingida pela partícula é:

(A) $\frac{5}{2}\left|\frac{q}{m}\right|$.

(B) $5\left|\frac{q}{m}\right|$.

(C) $6\left|\frac{q}{m}\right|$.

(D) $\frac{13}{2}\left|\frac{q}{m}\right|$.

(E) $13\left|\frac{q}{m}\right|$.

Gabarito: Letra C.

$F = Eq$ e $F = ma \rightarrow a = E\frac{q}{m}$

$a_x(t) = \frac{q}{m} \,.\, 5 \text{ sen}(2t)$ $a_y(t) = \frac{q}{m} \,.\, 12 \cos (2t)$

Sabe-se que, em MHS, $v(t) = -A\omega \text{ sen } (\omega t)$ e $a(t) = -A\omega^2 \,.\, \cos(\omega t)$

Daí, por analogia:

(i) $a_x(t) = 5\frac{q}{m} \text{ sen } (2t) \rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$

$A\omega^2 = 5\frac{q}{m} \rightarrow A = \frac{5}{4}\frac{q}{m}$

Portanto: $V_x(t) = -\frac{5}{4} \,.\, \frac{q}{m} \,.\, 2 \,.\, \cos (2t) = -\frac{5}{2}\frac{q}{m} \cos (2t)$

(ii) $a_y(t) = 12\frac{q}{m} \cos (2t) \rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$

$A\omega^2 = \frac{12q}{m} \rightarrow A = 3\frac{q}{m}$

Portanto: $V_y(t) = 3\frac{q}{m} \,.\, 1 \,.\, \text{sen } (2t) = 6\frac{q}{m} \text{ sen } (2t)$

- Velocidade Resultante

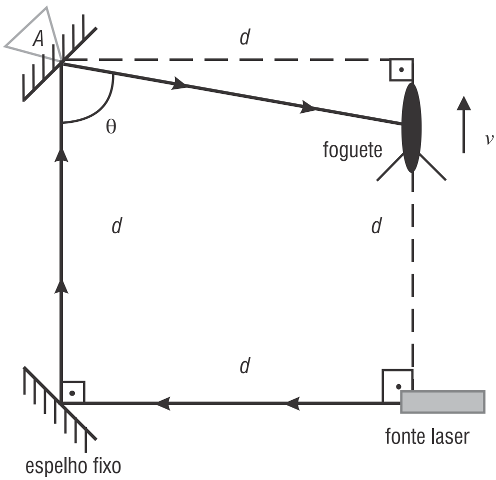
$$v_R = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left[\frac{5}{2}\frac{q}{m}\cos(2t)\right]^2 + \left[6\frac{q}{m}\operatorname{sen}(2t)\right]^2}$$

$$v_R = \frac{q}{m}\sqrt{\frac{25}{4}\cos^2(2t) + 36\operatorname{sen}^2(2t)} = \frac{q}{m}\sqrt{\frac{25}{4}(1 - \operatorname{sen}^2(2t)) + 36\operatorname{sen}^2(2t)}$$

$$v_R = \frac{q}{m}\sqrt{\frac{25}{4} + \frac{119}{4}\operatorname{sen}^2(2t)}$$

V_R é máxima qando sen² (2t) = 1. Daí $\left|v_{R_{max}}\right| = 6\left|\frac{q}{m}\right|$

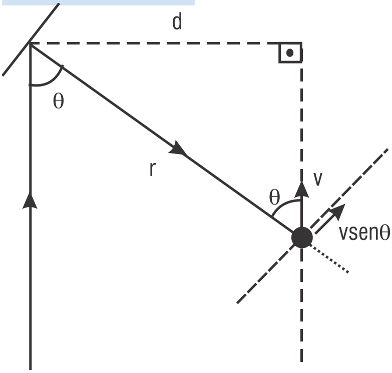
Questão 17



Um foguete de brinquedo voa na direção e sentido indicados pela figura com velocidade constante v. Durante todo o voo, um par de espelhos, composto por um espelho fixo e um espelho giratório que gira em torno do ponto *A*, faz com que um raio laser sempre atinja o foguete, como mostra a figura acima. O módulo da velocidade de rotação do espelho é:

(A) $[v \operatorname{sen}(\theta)] / d$.
(B) $[v \operatorname{sen}^2(\theta / 2)] / d$.
(C) $[v \operatorname{sen}^2(\theta)] / d$.
(D) $[v \operatorname{sen}(\theta)] / 2d$.
(E) $[v \operatorname{sen}^2(\theta)] / 2d$.

Gabarito: Letra E.



$$\text{sen}\ \theta = \frac{d}{r} \rightarrow$$

$$r = \frac{d}{\text{sen}\theta}$$

Para a rotação do ângulo θ: $V\text{sen}\theta = \omega \,.\, r \rightarrow$

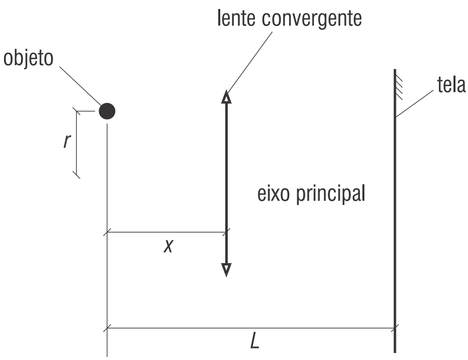
$V\text{sen}\theta = \omega \,.\, \dfrac{d}{\text{sen}\theta} \rightarrow \omega = \dfrac{v\ \text{sen}^2\theta}{d}$

Entretanto, se o espelho gira α, o raio gira $\theta = 2\alpha$.

Como $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, a velocidade angular do espelho deve ser $\omega_{esp} = \dfrac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\omega$.

Daí, $\omega_{esp} = \dfrac{1}{2} \,.\, \dfrac{v\text{sen}^2\theta}{d}$.

Questão 18



Um objeto puntiforme encontra-se a uma distância L de sua imagem, localizada em uma tela, como mostra a figura acima. Faz-se o objeto executar um movimento circular uniforme de raio r ($r << L$) com centro no eixo principal e em um plano paralelo à lente. A distância focal da lente é 3L/16 e a distância entre o objeto e a lente é x. A razão entre as velocidades escalares das imagens para os possíveis valores de x para os quais se forma uma imagem na posição da tela é:

(A) 1.
(B) 3.
(C) 6.
(D) 9.
(E) 12.

Gabarito: Letra D.

Calculo de x em função de L

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\ \rightarrow \frac{1}{\frac{3L}{16}}=\frac{1}{x}+\frac{1}{L-x}$$

Resolvendo, tem-se que x = 0,25 L ou x = 0,75 L velocidade escalares das imagens.
A velocidade angular da imagem pontual será a mesma do objeto (ω). Como V= ωr e o raio formado será o tamanho da imagem:

(i) caso: x = 0,25 L (p' = 0,75 L)

$$\left|\frac{i}{o}\right|=\left|\frac{p'}{p}\right|\rightarrow i=r\,\frac{0{,}75\,L}{0{,}25\,L}=3\,r$$

$V_1 = \omega\ .\ i = \omega\ .\ 3\ r$

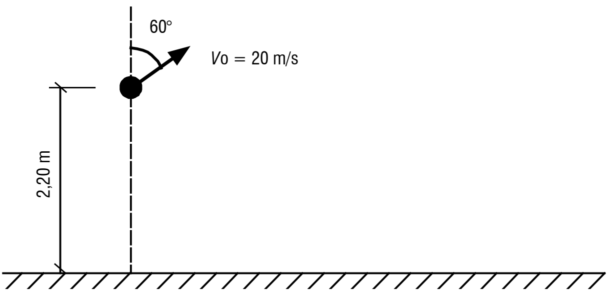
(ii) caso: x = 0,75 L (p' = 0,25L)

$$i=r\,.\,\frac{0{,}25\,L}{0{,}75\,L}=\frac{1}{3}r$$

$$V_2=\omega\,.\,i=\omega\,.\,\frac{1}{3}r$$

Logo, a razão $\frac{V_1}{V_2}=9$.

Questão 19

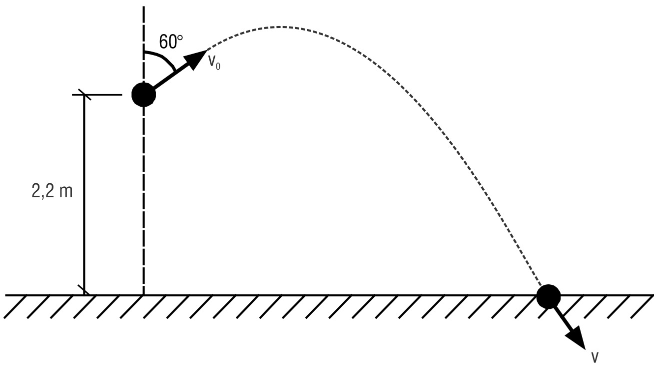


Um corpo de 300 g de massa é lançado de uma altura de 2,20 m em relação ao chão como mostrado na figura acima. O vetor velocidade inicial v_0 tem módulo de 20m/s e faz um ângulo de 60° com a vertical. O módulo do vetor diferença entre o momento linear no instante do lançamento e o momento linear no instante em que o objeto atinge o solo, em kg.m/s, é:

(Dado: aceleração da gravidade: 10 m/s².)

(A) 0,60.
(B) 1,80.
(C) 2,25.
(D) 3,00.
(E) 6,60.

Gabarito: Letra E.



$v_{0x} = v_x = v_0 \,.\, \text{sen } 60^o$

$\overrightarrow{\Delta Q}_x = m\overrightarrow{v_x} - m\overrightarrow{v_{0x}} \rightarrow \left|\overrightarrow{\Delta Q}_x\right| = 0$

$v_{0y} = v_0 \,.\, \cos 60^o = 10 \text{ m/s } (\uparrow)$

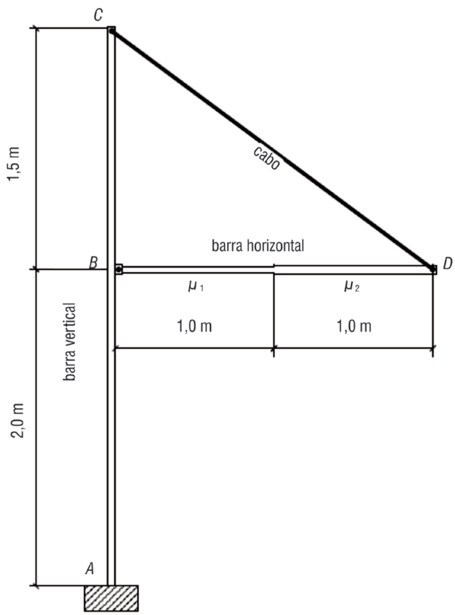
$v_y^{\,2} = v_{0y}^{\,2} + 2\,gh \rightarrow v_y^{\,2} = 10^2 + 2 \,.\, 10 \,.\, 2{,}2 = 144 \rightarrow v_y = 12 \text{ m/s } (\downarrow)$

$\overrightarrow{\Delta Q}_y = m\overrightarrow{v_y} - m\overrightarrow{v_{0y}} \rightarrow \left|\overrightarrow{\Delta Q}_y\right| = m \,.\, (v_y + v_{0y}) = (0{,}3) \,.\, 22 = 6{,}6 \text{ kg . m/s}$

Logo: $\left|\overrightarrow{\Delta Q}\right| = 6{,}6$ kg . m/s.

Questão 20

A figura ao lado mostra uma estrutura em equilíbrio, formada por uma vertical *AC* e um cabo *CD*, de pesos desprezíveis, e por uma barra horizontal *BD.* A barra vertical é fixada em *A e* apoia a barra horizontal *BD*. O cabo de seção transversal de 100mm² de área é inextensível e está preso nos pontos *C e D.* A barra horizontal é composta por dois materiais de densidades lineares de massa μ_1 e μ_2.
Diante do exposto, a força normal por unidade da área, em MPa, no cabo *CD* é:

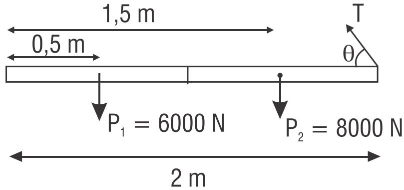


Dados:
- aceleração da gravidade: 10m/s²;
- densidades lineares de massa: μ_1 = 600 kg/m e μ_2 = 800 kg/m.

(A) 100.
(B) 125.
(C) 150.
(D) 175.
(E) 200.

Gabarito: Letra B.

Barra *BD*



Pela figura: $\text{sen}\theta = \dfrac{1{,}5}{2{,}5} = \dfrac{3}{5}$

Equilíbrio da barra *BD*:

$$P_1 \,.\, 0{,}5 + P_2 \,.\, 1{,}5 - T\,\text{sen}\theta .\, 2 = 0 \rightarrow 6000 \,.\, 0{,}5 + 8000 .\, 1{,}5 - T.\, \frac{3}{5} \,.\, 2 = 0 \rightarrow T = 12500 \text{ N}$$

$$\frac{T}{A} = \frac{12500}{100.10^{-6}} = 125 \text{ MPa.}$$

Questão 21

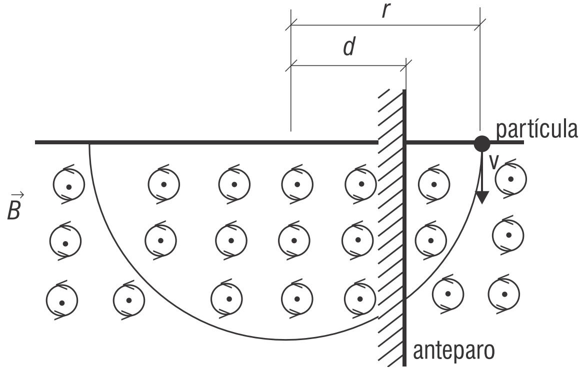
Quando uma corda de violão é tocada, o comprimento de onda sonora produzida pela corda:

(A) é maior que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a distância entre as moléculas do ar é maior que a distância entre os átomos da corda.
(B) é menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, já que a massa específica do ar é menor que a massa específica da corda.
(C) é igual ao comprimento de onda da onda produzida na corda, já que as frequências das duas ondas são iguais.
(D) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das velocidades de propagação da onda sonora e da onda produzida na corda.
(E) pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda produzida na corda, dependendo das frequências da onda sonora e da onda produzida na corda.

Gabarito: Letra D.

A frequência da onda sonora produzida é igual à frequência de vibração das cordas do violão.
Como a velocidade de propagação da onda depende do meio por onde ela se propaga, a velocidade da onda sonora pode ser maior ou menor que a velocidade a onda produzida na corda.
Portanto, como $v = \lambda \cdot f$, o comprimento de onda do som também pode ser maior ou menor que o comprimento de onda da onda na corda do violão.

Questão 22



A figura acima apresenta uma partícula com velocidade v, carga q e massa m penetrando perpendicularmente em um ambiente submetido a um campo magnético B. Um anteparo está a uma distância d do centro do arco de raio r correspondente à trajetória da partícula. O tempo, em segundos, necessário para que a partícula venha a se chocar com o anteparo é:

Dados:

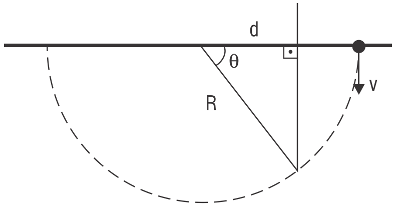
- $v = 10$ m/s
- $B = 0{,}5$ T
- $q = 10\ \mu C$
- $m = 10 \times 10^{-20}$ kg
- $d = \dfrac{\sqrt{2}}{2} r$.

(A) $40\pi \times 10^{-15}$.
(B) $20\pi \times 10^{-15}$.
(C) $10\pi \times 10^{-15}$.
(D) $5\pi \times 10^{-15}$.
(E) $2{,}5\pi \times 10^{-15}$.

Gabarito: Letra D.

$$\cos\theta = \frac{d}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \theta = 45^{\circ} \longrightarrow \Delta t = \frac{1}{8} \cdot T$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \longrightarrow \Delta t = \frac{1}{4}\frac{\pi m}{qB} = \frac{1}{4}\frac{\pi \cdot 10 \cdot 10^{-20}}{10 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}5} = 5\pi \cdot 10^{-15}\, s$$



Questão 23

Em certos problemas relacionados ao escoamento de fluidos no interior de dutos, encontram-se expressões do tipo:

$$\gamma = \frac{kal^3}{\nu^2}$$

A grandeza γ possui a mesma dimensão da razão entre potência e temperatura. O termo *k* é a condutividade térmica, conforme descrito pela Lei de Fourier. As dimensões dos parâmetros a e *l* são, respectivamente, as mesmas de aceleração e comprimento. A dimensão de v para que a equação acima seja dimensionalmente correta é igual a:

(A) raiz quadrada da aceleração.
(B) quadrado da velocidade.
(C) produto do comprimento pela raiz quadrada da velocidade.
(D) produto da velocidade pela raiz quadrada do comprimento.
(E) produto do comprimento pelo quadrado da velocidade.

Gabarito: Letra D.

$$\gamma = \frac{k\,a\,\ell^3}{\nu^2}$$

$$\frac{[P]}{[T]} = \frac{ML^2}{T^3\,.\,\theta}; \text{Lembrando que } y = \frac{K\,A\,\Delta\theta}{\ell}, \text{ temos que } [K] = \frac{M\,L}{\theta\,.\,T^3}$$

Então

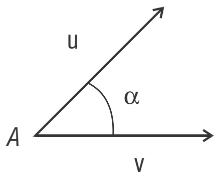
$$\frac{ML^2}{T^3\,.\,\theta} = \frac{ML}{\theta\,.\,T^3}\cdot\frac{L}{T^2}\cdot\frac{L^3}{[\nu^2]}$$

$$[\nu] = \frac{L}{T}\sqrt{L}$$

Questão 24

Uma onda plana de frequência *f* propaga-se com velocidade *v* horizontalmente para a direita. Um observador em *A* desloca-se com velocidade constante *u* ($u < v$) no sentido indicado na figura ao lado.

Sabendo que α é o ângulo entre a direção de propagação da onda e de deslocamento do observador, a frequência medida por ele é:



(A) $\left[1+\frac{u}{v}\cos(\alpha)\right]f$

(B) $\left[1-\frac{u}{v}\cos(\alpha)\right]f$

(C) $\frac{f}{1-\frac{u}{v}\cos(\alpha)}$

(D) $\frac{f}{1+\frac{u}{v}\cos(\alpha)}$

(E) $\frac{\cos(\alpha)}{1+\frac{u}{v}}f$

Gabarito: Letra B.

Deslocamentos perpendiculares à direção de propagação da onda não causam efeito Doppler; na situação do problema, tudo se passa como se o observador se deslocasse com velocidade de $u \cos \alpha$ no sentido de v.

A velocidade de deslocamento da fonte é zero (quem se desloca é a frente de onda); a frequência aparente é:

$$f_{AP} = f\left(\frac{v \pm v_{obs}}{v \pm v_f}\right) \xrightarrow{\text{afastamento}} f_{AP} = f\left(\frac{v - u\cos\alpha}{v}\right)$$

$$f_{AP} = \left[1 - \frac{u}{v}\cos\alpha\right].f$$

Questão 25

Um feixe de luz de intensidade I incide perpendicularmente em uma lâmina de vidro de espessura constante. A intensidade da onda transmitida do ar para o vidro e vice-versa é reduzida por um fator q $(0 < q < 1)$. Ao chegar a cada interface de separação entre o ar e o vidro, a onda se divide em refletida e transmitida. A intensidade total da luz que atravessa o vidro, após sucessivas reflexões internas no vidro, é dada por:

(A) $q^2 I$.

(B) $\dfrac{qI}{2-q^2}$.

(C) $\dfrac{2qI}{1+q}$.

(D) $\dfrac{qI}{2-q}$.

(E) $\dfrac{1}{2}q(1+q)I$.

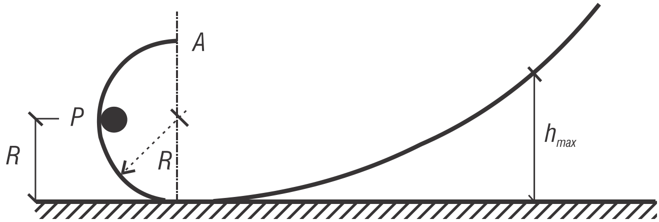
Gabarito: Letra D.

A probabilidade de um fóton individual atravessar a interface vidro-ar ou ar-vidro é q; a probabilidade desse mesmo fóton ser refletido é (1 – q).
Um fóton atravessa a lâmina de vidro se, e somente se, ele atravessar a interface ar-vidro, e for refletido um número <u>par</u> de vezes no interior da lâmina e, em seguida, atravessar a interface vidro-ar. Logo a probabilidade de transmissão de um fóton é:

$$q[(1-q)^0 . q + (1-q)^2 . q + (1-q)^4 . q + (1-q)^6 . q + \ldots] = q^2 . \frac{1}{1-(1-q)^2} = \frac{q}{2-q}.$$

Logo, a intensidade transmitida é $\dfrac{q.I}{2-q}$.

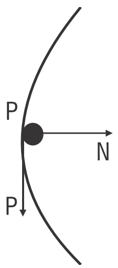
Questão 26



Um objeto puntiforme de massa *m* é lançado do ponto *A* descrevendo inicialmente uma trajetória circular de raio *R*, como mostrado na figura acima. Ao passar pelo ponto *P* o módulo da força resultante sobre o objeto é $\sqrt{17}$ mg, sendo *g* a aceleração da gravidade. A altura máxima h_{max} que o objeto atinge na rampa é:

(A) 3*R*.
(B) $(\sqrt{17} - 1)\,R$.
(C) $(\sqrt{17} + 1)\,R$.
(D) $(\sqrt{17} + 2)\,R$.
(E) 18*R*.

Gabarito: Letra A.



Em P: $F_{res} = \sqrt{17}\,mg$

$F_{cp} = N \quad F_t = P = mg$

$F_{cp}^{\,2} + F_t^2 = F_{res}^{\,2} \rightarrow F_{cp} = 4\,mg$

$F_{cp} = 4\,mg \rightarrow \dfrac{mv^2}{R} = 4\,mg$

$mv^2 = 4\,mgR$

$$E_{mec_P} = E_{mec_{final}}$$

$$\frac{mv^2}{2} + mgR = mgh$$

$$\frac{4mgR}{2} + mgR = mgh \rightarrow h_{máx} = 3\,R$$

Questão 27

Um automóvel percorre uma estrada reta de um ponto *A* para um ponto *B*. Um radar detecta que o automóvel passou pelo ponto *A* a 72 km/h. Se esta velocidade fosse mantida constante, o automóvel chegaria ao ponto *B* em 10 min. Entretanto, devido a uma eventualidade ocorrida na metade do caminho entre *A* e *B*, o motorista foi obrigado a reduzir uniformemente a velocidade até 36 km/h, levando para isso, 20 s. Restando 1 min para alcançar o tempo total inicialmente previsto para o percurso, o veículo é acelerado uniformemente até 108 km/h, levando para isso, 22 s, permanecendo nesta velocidade até chegar ao ponto *B*. O tempo de atraso, em segundos, em relação à previsão inicial, é:

(A) 46,3.
(B) 60,0.
(C) 63,0.
(D) 64,0.
(E) 66,7.

Gabarito: Letra D.

De A até B direto (m.u.), teremos:
$\Delta s_{AB} = v \cdot \Delta t = 20 \cdot 10 \cdot 60 = 12.000$ m

De A até B com nterrupções, teremos:
1ª parte $\rightarrow$ desaceleração:

$$a = \frac{10-20}{20} = -0{,}5 \text{m/s}^2$$

$$\Delta s = v_o t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

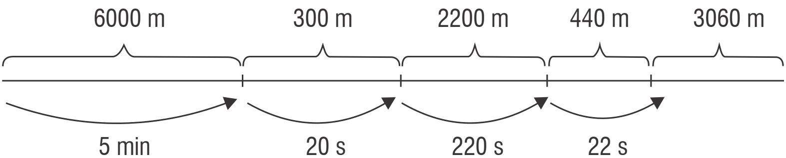
$20 \cdot 20 + \frac{1}{2}(-0{,}5) \cdot 20^2 = 300 \text{ m} \therefore$ restam 5.700 m e 280 s

Até o último segundo:
$\Delta t = 280 - 60 = 220$ s $\rightarrow \Delta t = v \cdot t = 10 \cdot 220 = 2.200$ m $\therefore$ restam 3.500 m

Último minuto $\rightarrow$ aceleração:

$$a = \frac{30-10}{22} = \frac{10}{11} \text{m/s}^2$$

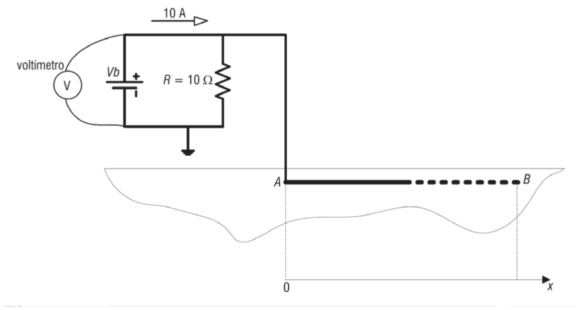
$\Delta s = 10 \cdot 22 + \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{11} \cdot 22^2 = 440\text{m} \therefore$ restam 3.060 m e 38 s



$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{3060}{30} = 102s \therefore \Delta t_{atraso} = 102 - 38 = 64s$$

Questão 28

Um cabo subterrâneo inicialmente isolado, instalado entre os pontos *A* e *B*, possui resistência de 0,01 Ω/m. Este cabo rompeu e seu ponto de ruptura apresenta fuga de corrente para a terra. Para determinar o ponto de rompimento do cabo e escavar o terreno de modo a sanar o problema, foi montado o aparato apresentado na figura acima, composto por uma bateria *Vb* ajustada para fornecer uma corrente constante de 10 A ao circuito formado pela resistência *R* e pelo cabo. O valor da tensão da bateria é mostrado por um voltímetro que apresenta um erro de medição de +/- 10 %. Sabendo que a leitura do voltímetro é 16,67 V, é CORRETO afirmar que:

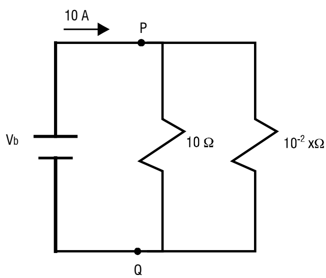


(A) a partir da leitura do voltímetro no ensaio, pode-se concluir que o comprimento total do cabo é 2 km.
(B) a distância mínima de x para se iniciar a escavação é 224 m.
(C) a distância máxima de x para se encerrar a escavação é 176 m.
(D) o ponto x= 240 m está dentro do intervalo provável de ruptura do cabo.
(E) o ponto x= 210 m está dentro do intervalo provável de ruptura do cabo.

Gabarito: Letra E.

Suponha que a posição de ruptura do cabo seja x.

O circuito formado efetivamente é o indicado na figura a seguir:



A resistência entre os pontos P e Q é $\frac{V_b}{10}\Omega$ devido à corrente por P; portanto,

$$\frac{1}{R_{PQ}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

$$\frac{10}{V_b}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10^{-2}x}\Leftrightarrow x=\frac{1.000V_b}{100-V_b}$$

Uma leitura de 16,67 V implica que $15\ V \leq V_b \leq 18{,}33\ V$.
Como x é monótona em V_b, $176{,}47\ m \leq x \leq 224{,}43\ m$.

A alternativa (A) é falsa – não é possível concluir nada sobre a posição de B. Das alternativas restantes, a única correta é a alternativa (E).

Questão 29

Em um experimento existem três recipientes E_1, E_2, e E_3. Um termômetro graduado numa escala X assinala 10ºx quando imerso no recipiente E_1, contendo uma massa M_1 de água a 41 ºF. O termômetro, quando imerso no recipiente E_2 contendo uma massa M_2 de água a 293 K, assinala 19ºX. No recipiente E_3 existe inicialmente uma massa de água M_3 a 10 ºC. As massas de água M_1 e M_2, dos recipientes E_1 e E_2, são transferidas para o recipiente E_3 e, no equilíbrio, a temperatura assinalada pelo termômetro é de 13ºX. Considerando que existe somente troca de calor entre as massas de água, a razão $\dfrac{M_1}{M_2}$ é :

(A) $2 + 0{,}2\,\dfrac{M_3}{M_2}$.

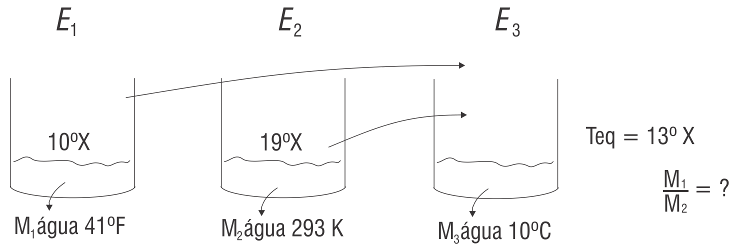
(B) 2.

(C) $c + \dfrac{M_3}{M_2}$.

(D) 0,5.

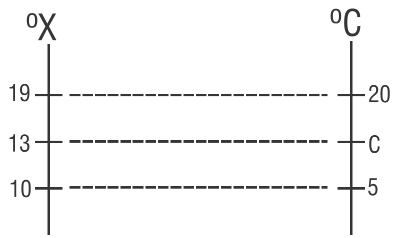
(E) $0{,}5 - 2\,\dfrac{M_3}{M_2}$.

Gabarito: Letra B.



$$\frac{C}{5} = \frac{41-32}{9} \qquad C = 293 - 273$$

$$C = 5^\circ C \qquad C = 20^\circ C$$



$$\frac{C-5}{20-5} = \frac{13-10}{19-10}$$

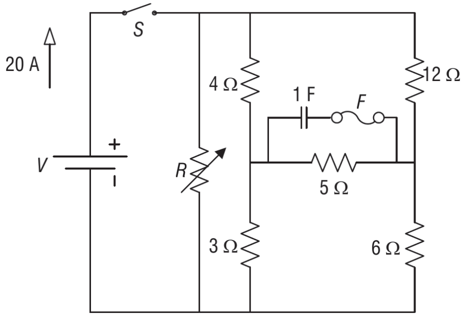
$$\frac{C-5}{15} = \frac{3}{9} \rightarrow C = 10^\circ C$$

Troca de calor entre os líquidos dos 3 recipientes: $\Sigma\, \mathbb{Q} = 0$

$$M_1(10-5) + M_2(10-20) - M_3(10-10) = 0$$

$$M_1 \cdot 5 = M_2 \cdot 10 \;\therefore\; \frac{M_1}{M_2} = 2$$

Questão 30

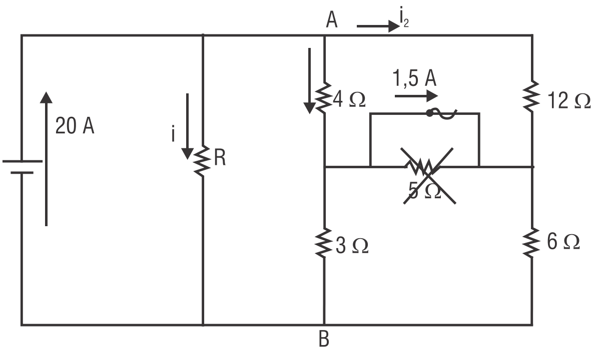


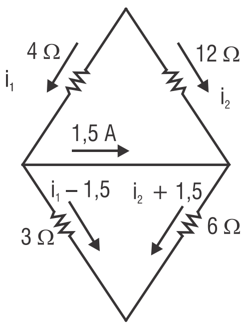
No circuito apresentado na figura acima, a chave *S* é fechada e a corrente fornecida pela bateria é 20 A. Para que o fusível *F*, de 1,5 A, não abra durante o funcionamento do circuito, o valor da resistência variável *R*, em ohms, é:

(Consideração: O capacitor está descarregado antes do fechamento da chave S.)

(A) $R \geq 120$.
(B) $95 \leq R \leq 115$.
(C) $80 \leq R \leq 100$.
(D) $55 \leq R \leq 65$.
(E) $R \leq 45$.

Gabarito: Letra E.





$$\begin{cases} 4i_1 = 12i_2 \rightarrow i_1 = 3i_2 \\ \cancel{3}(i_1 - 1{,}5) = \cancel{6}^{\,2}(i_2 + 1{,}5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 - 1{,}5 = 2i_2 + 3 \\ 3i_2 - 1{,}5 = 2i_2 + 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} i_2 = 4{,}5 \\ \downarrow \\ i_1 = 13{,}5\text{ A} \end{array}$$

$i = 20 - i_1 - i_2$
$i = 2A$

$V_{AB} = 4i_1 + 3\,(i_1 - 1{,}5)$
$V_{AB} = 4 \,.\, 13{,}5 + 3 \,.\, 12 = 54 + 36 = 90$ V.

$V_{AB} = Ri \rightarrow 90 = R \,.\, 2$
$R_{máx} = 45\Omega \rightarrow R \leq 45\Omega.$

PROFESSORES

Fábio Oliveira

Humberto Machado

Leonardo Domingos

Fábio Dias Moreira

Ricardo Fagundes

Questão 31

Dadas as reações:

$$PC\ell_3 + 3H_2O \rightarrow H_3PO_3 + 3HC\ell$$
$$PC\ell_5 + 4H_2O \rightarrow H_3PO_4 + 5HC\ell$$

Assinale a afirmativa correta:

(A) As reações podem ser classificadas como reações de deslocamento ou troca simples.
(B) O fósforo sofre oxidação em ambas as reações.
(C) O ácido fosforoso é um triácido formado por ligações covalentes.
(D) Os ânions fosfato e fosfito (HPO_3^{2-}) possuem geometria tetraédrica.
(E) O pentacloreto de fósforo gasoso é um composto iônico.

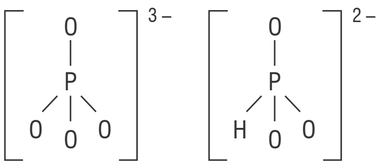
Gabarito: Letra D.

(A) FALSO. A reação pode ser classificada como dupla troca.
(B) FALSO. O fósforo não sofre variação de número de oxiação.

$$\text{Reação 1:}\begin{cases} PC\ell \Rightarrow n^o \text{ de oxidação} = +3 \\ H_3PO_4 \Rightarrow n^o \text{ de oxidação} = +3 \end{cases}$$

$$\text{Reação 2:}\begin{cases} PC\ell 5 \Rightarrow n^o \text{ de oxidação} = +5 \\ H_3PO_4 \Rightarrow n^o \text{ de oxidação} = +5 \end{cases}$$

(C) FALSO. Ele é um diácido, pois um dos hidrogênios é não ionizável. ($H_3PO_4 \rightarrow 2H^+ + HPO_3^{2-}$)
(D) VERDADEIRO.



(E) FALSO. É um composto molecular.

Questão 32

Dados os íons: ${}_{16}S^{2-}$; ${}_{19}K^{+}$; ${}_{56}Ba^{2+}$, indique qual das relações abaixo apresenta os íons isoeletrônicos em ordem correta de raio iônico.

(A) $K^+ > S^{2-}$
(B) $Ba^{2+} = S^{2-}$
(C) $Ba^{2+} > S^{2-}$
(D) $K^+ < S^{2-}$
(E) $Ba^{2+} < S^{2-}$

Gabarito: Letra D

${}_{19}K^{+}$	${}_{56}Ba^{2+}$	${}_{16}S^{2-}$
P = 19	P = 56	P = 16
e = 18	e = 54	e = 18

As espécies isoeletrônicos são K^+ e S^{2-}. Como o S^{2-} possui menos prótons para atrair a mesma quantidade de elétrons terá um raio iônico maior.

Questão 33

Dentre as opções abaixo, escolha a que corresponde, respectivamente, às classes das moléculas: hemoglobina, amido, DNA, ácido palmítico.

(A) Proteína, glicídio, ácido nucleico, lipídio.
(B) Ácido nucleico, glicídio, lipídio, proteína.
(C) Proteína, proteína, lipídio, ácido nucleico.
(D) Glicídio, proteína, ácido nucleico, lipídio.
(E) Glicídio, lipídio, ácido nucleico, proteína.

Gabarito: Letra A.

Hemoglobina: proteína do sangue responsável pelo transporte de oxigênio no mesmo.
Amido: polissacarídeo, formado por ligações glicosídicas, pertencente à classe dos glicídios.
DNA: Ácido desoxirribonucleico (polímero formado a partir da união de fosfato, pentose (ribose ou desoxirribose) e base nitrogenada (adenosina, citosina, timina, guanina).
Ácido Palmítico: Hexadecanoico, um ácido graxo constituinte da classe dos lipídios.

Questão 34

Um tambor selado contém ar seco e uma quantidade muito pequena de acetona líquida em equilíbrio dinâmico com a fase vapor. A pressão parcial da acetona é de 180,0 mm Hg e a pressão total no tambor é de 760,0 mm Hg.

Em uma queda durante seu transporte, o tambor foi danificado e seu volume interno diminuiu para 80% do volume inicial, sem que tenha havido vazamento. Considerando-se que a temperatura tenha se mantido estável a 20ºC, conclui-se que a pressão total após a queda é de:

(A) 950,0 mm Hg.
(B) 1175,0 mm Hg.
(C) 760,0 mm Hg.
(D) 832,0 mm Hg.
(E) 905,0 mm Hg.

Gabarito: Letra E.

1º) A pressão parcial da Acetona será a mesma antes e depois da queda. Como a Temperatura foi mantida constante, a pressão máxima de vapor (Equilíbrio Líquido – Vapor) tambem será constante.

2º) o ar seco sofrerá compressão devido à variação de volume:

$$\left(\frac{PV}{T}\right)_{antes} = \left(\frac{PV}{T}\right)_{depois}$$

$$\frac{(760-180).V}{T} = \frac{P.0{,}8.V}{T} \rightarrow P = \frac{580}{0{,}8} = 725\ \text{mmHg}.$$

3º) $P_{TOTAL} = P_{ACETONA} + P_{AR\ SECO} = 180 + 725 = 905$ mmHg.

Questão 35

Um erlenmeyer contém 10,0 mL de uma solução de ácido clorídrico, juntamente com algumas gotas de uma solução de fenolftaleína. De uma bureta, foi-se gotejando uma solução 0,100 M de hidróxido de sódio até o aparecimento de leve coloração rósea. Nesse momento, observou-se um consumo de 20,0 mL da solução alcalina. Pode-se afirmar que a concentração de $HC\ell$ na solução ácida original era de:

Dados:
Massas atômicas: H = 1,00 u, O = 16,0 u, Na = 23,0 u, $C\ell$ = 35,5 u

(A) $3{,}65 \times 10^{-3}$ g/cm^3.
(B) $7{,}30 \times 10^{-3}$ g/cm^3.
(C) $4{,}00 \times 10^{-3}$ g/cm^3.
(D) $3{,}20 \times 10^{-3}$ g/cm^3.
(E) $2{,}00 \times 10^{-3}$ g/cm^3.

Gabarito: Letra B.

$HC\ell + NaOH \rightarrow NaC\ell + H_2O$
nº de mols do $HC\ell$ = nº de mols de NaOH
$M_A \cdot V_A = M_B \cdot V_B$

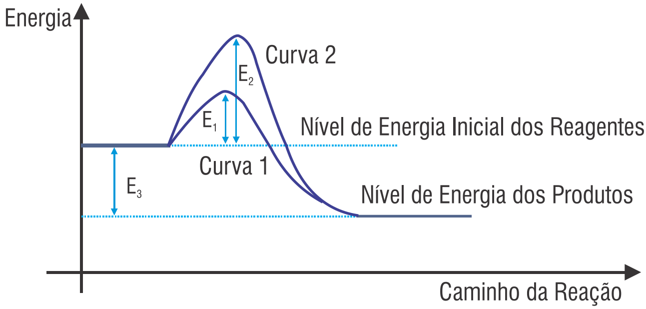
$$M_A \cdot \frac{10}{1000} = 0{,}1 \cdot \frac{20}{1000}$$

$$M_A = 0{,}2\ \text{mol/L}$$

$$C_A = \frac{0{,}2 \cdot 36{,}5}{1000} = 7{,}3 \cdot 10^{-3}\ \text{g/cm}_3$$

Questão 36

O gráfico abaixo ilustra as variações de energia devido a uma reação química conduzida nas mesmas condições iniciais de temperatura, pressão, volume de reator e quantidades de reagentes em dois sistemas diferentes. Estes sistemas diferem apenas pela presença de catalisador. Com base no gráfico, é possível afirmar que:



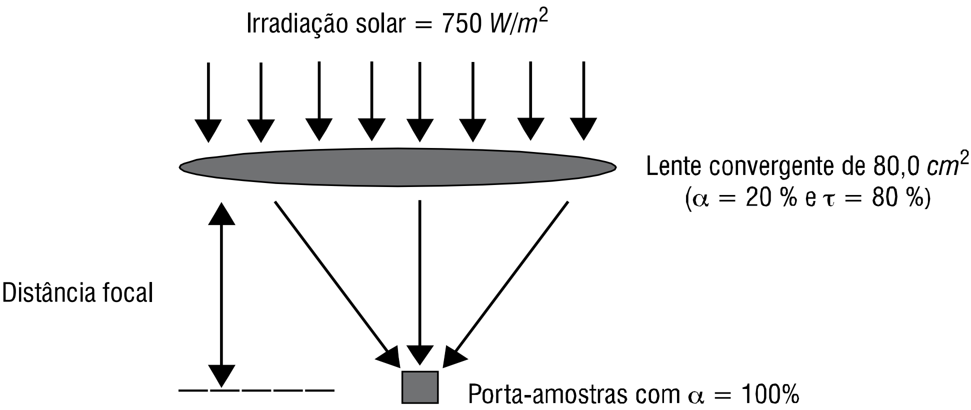
(A) A curva 1 representa a reação catalisada, que ocorre com absorção de calor.
(B) A curva 2 representa a reação catalisada, que ocorre com absorção de calor.
(C) A curva 1 representa a reação catalisada com energia de ativação dada por $E_1 + E_3$.
(D) A curva 2 representa a reação não catalisada, que ocorre com liberação de calor e a sua energia de ativação é dada por $E_2 + E_3$.
(E) A curva 1 representa a reação catalisada, que ocorre com liberação de calor e a sua energia de ativação é dada por E_1.

Gabarito: Letra E.

Curva 1: Representa a reação catalisada.
Curva 2: Representa a reação não catalisada.
E_1: Energia de Ativação da reação catalisada.
E_2: Energia de Ativação da reação não catalisada.
E_3: Variação de entalpia (observa-se que é negativa já que o nível final de energia é menor que o nível inicial de energia, logo EXOTÉRMICA).

Questão 37

O dispositivo a seguir utiliza a radiação solar para quantificar variações em propriedades termodinâmicas. Este dispositivo é composto por uma lente convergente e por um porta-amostras . A lente possui área útil de 80,0 cm^2, absorvidade (α) de 20% e transmissividade (τ) de 80 %. O porta-amostras possui absorvidade de 100% e volume variável, operando à pressão constante de 1,0 atm.



Em um procedimento experimental, injetou-se 0.100 mol de uma substância pura líquida no porta-amostras do dispositivo. Em seguida, mediu-se um tempo de 15,0 min para a vaporização total da amostra, durante o qual a irradiação solar permaneceu constante e igual a 750 W/m^2 . Nesse processo, a temperatura do porta-amostras estabilizou-se em 351 K. No experimento, o calor sensível da amostra e a radiação emitida pelo porta-amostras são desprezíveis. Pode-se concluir que na vaporização total da substância, as variações de entalpia molar padrão e de entropia molar padrão são, respectivamente:

(A) 4,32 kJ/mol e 12,3 J/(mol K).
(B) 5,40 kJ/mol e 15,4 J/(mol K).
(C) 43,2 kJ/mol e 123 J/(mol K).
(D) 54,0 kJ/mol e 154 J/(mol K).
(E) 31,6 kJ/mol e 90,0 J/(mol K).

Gabarito: Letra C.

Cálculo da irradiação transmitida ao porta-amostras:

$I = 0,8 \times 750 = 600 \text{ w/m}^2$

Cálculo de potência transmitida à substância:

Como $I = \dfrac{Pot}{A} \Rightarrow Pot = 600 \cdot 80 \times 10^{-4} = 4,8 \text{ w}$.

Calculo da energia absorvida:

$E = Pot \times \Delta t \Rightarrow E = 4,8 \times 15 \times 60 = 4.320\text{J}$

Para 1 mol de substâncias teremos: E = 432005J

Como o calor sensível é desprezível, toda energia foi utilizada para a vaporização da substância, temos:

$\Delta H_v = 43{,}2$ kJ/mol

Calculemos a variação de entropia para 1 mol de substância:

$$\Delta S = \frac{\Delta H}{T} \Rightarrow \Delta S = \frac{43200}{351} \Rightarrow 123\frac{J}{mol\,k}$$

Questão 38

Os trabalhos de Joseph John Thomson e Ernest Rutherford resultaram em importantes contribuições na história da evolução dos modelos atômicos e no estudo de fenômenos relacionados à matéria. Das alternativas abaixo, aquela que apresenta corretamente o autor e uma de suas contribuições é:

(A) Thomson – Concluiu que o átomo e suas partículas formam um modelo semelhante ao sistema solar.
(B) Thomson – Constatou a indivisibilidade do átomo.
(C) Rutherford – Pela primeira vez, constatou a natureza elétrica da matéria.
(D) Thomson – A partir de experimentos com raios catódicos, comprovou a existência de partículas subtômicas.
(E) Rutherford – Reconheceu a existência das partículas nucleares sem carga elétrica, denominadas nêutrons.

Gabarito: Letra D.

(A) Falso, pois quem propôs o modelo do sistema solar foi Rutherford, baseado em sua experiência com a lâmina de ouro bombardeada por partículas "α"
(B) Falso, pois Thomson, baseado nas experiências com tubos de raios cotódicos (ampolas de CROOKES), propôs que o átomo é composto de uma parte com carga elétrica positiva, e outra com carga elétrica negativa.
(C) Falso, pois Thomson, já se utilizava do fato da matéria ter natureza elétrica, na proposição do seu modelo.
(D) Verdadeiro.
(E) Falso, quem reconheceu foi Chadwick.

Questão 39

Com relação às emissões radioativas observadas no planeta Terra, assinale a alternativa correta:

(A) A emissão de uma partícula α resulta em um elemento situado em uma posição imediatamente à direita do elemento original, na tabela periódica.
(B) A radiação γ frequentemente acompanha uma emissão α ou β.
(C) Raios γ são radiações eletromagnéticas, de comprimento de onda superior ao da luz visível, cuja emissão não resulta em mudanças do número atômico ou do número de massa do elemento.

(D) As reações de fusão nuclear ocorrem quando núcleos de átomos pesados, como urânio ou tório, são bombardeados com nêutrons, quebrando-se em átomos menores e liberando energia e radioatividade.
(E) O decaimento α se deve à alta instabilidade do núcleo de $^{4}_{2}He$, o que faz com que este se separe facilmente de núcleos maiores.

Gabarito: Letra B.

(A) Errada.
Uma partícula α é composta por 2 nêutrons e 2 prótons. Sendo assim, a emissão de uma partícula α resulta em um elemento duas posições à esquerda na tabela periódica. (número atômico duas unidades menor).

(B) Correta.
A emissão de radiação γ é considerada uma "relaxação energética" subsequente a emissões de partículas α e β.

(C) Errada.
A frequência das radiações γ é muito maior que a da luz visível e consequentemente o comprimento de onda dos raios γ é muito inferior ao da luz.

(D) Errada.
As reações de fissão nuclear ocorram quando núcleos de átomos pesados são bombardeados com nêutrons, quebrando-se em átomos menores e liberando energia e radioatividade.

As reações de fusão nuclear ocorrem quando átomos pequenos colidem em altíssimas velocidades e seus núcleos se fundem, ocorrendo a liberação de muito mais energia e radioatividade.

Vale a pena ressaltar que, a energia liberada é consequência da transformação de massa em energia pela relação de Einstein.

(E) Errada.
O decaimento α se deve à alta instabilidade de núcleos pesados, que apresentam uma quantidade excessiva de partículas nucleares.

Questão 40

Com respeito aos orbitais atômicos e à teoria da ligação de valência, assinale a alternativa **INCORRETA**:

(A) Um orbital atômico híbrido **sp³** tem 25% de caráter **s** e 75% de caráter **p**.
(B) Um elétron **2s** passa mais tempo do que um elétron **2p** numa região esférica centrada no núcleo e bem próxima deste.
(C) Os elétrons em orbitais híbridos de um carbono **sp³** percebem um efeito de atração elétrica do núcleo de carbono maior do que os elétrons em orbitais híbridos de um carbono que apresenta hibridização **sp**.
(D) Uma ligação tripla representa uma ligação σ e duas ligações π.
(E) A energia dos orbitais **p** de um átomo aumenta de **2p** para **3p**, deste para **4p**, e assim por diante.

Gabarito: Letra C.

(A) CORRETA. Na hibridização **sp^3** temos 4 orbitais híbridos, sendo originalmente 1**s** e 3**p**.

(B) CORRETO. O orbital **s** apresenta formato esférico (região de maior densidade de probabilidade de se encontrar o elétron), ao passo que o orbital **p** apresenta o modelo de um halter rígido.

(C) INCORRETO. Os elétrons em orbitais **s** estão mais próximos do núcleo do que aqueles em orbitais **p** no mesmo nível.
Quanto maior o % de caráter **s** no orbital híbrido, maior a atração elétrica percebida por este em relação ao núcleo (**sp^3** = 25% de caráter **s**; **sp** = 50% de caráter **s**).

(D) CORRETA. Na ligação tripla há uma sobreposição frontal de orbitais (ligação σ) e duas interações parciais entre os orbitais (ligação π).

(E) CORRETA. Mantendo-se o mesmo subnível (número quântico secundário), quanto maior for o número quântico principal (relativo a níveis), mais energético será o elétron (regra "$n + \ell$").

PROFESSORES:

Gabriel Cabral

Helton Moreira

Jackson Machado

Jefferson Santos

Marcio Santos