GABARITO IME 2013
DISCURSIVAS

PROVA DE

FÍSICA

PENSI
Ponto de Ensino

1ª QUESTÃO

O cérebro humano determina a direção de onde provém um som por meio da diferença de fase entre as ondas sonoras que chegam ao ouvido. Um carro que se aproxima de um pedestre a uma velocidade de 36 km/h faz soar continuamente a buzina, cuja frequência é 1200 Hz. Calcule a diferença de fase, em graus, entre o som que chega ao ouvido direito e o som que chega ao ouvido esquerdo do pedestre.

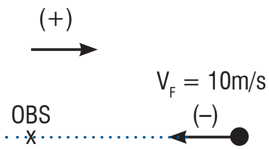
Dados:

- Velocidade do som no local: 340 m/s;
- Distância entre os ouvidos do pedestre: 20 cm;
- O pedestre está voltando para o norte;
- O carro se move no sentido leste-oeste diretamente para o local onde se encontra o pedestre.

Gabarito:

Por efeito Doppler: $f' = f \cdot \dfrac{V_s \pm V_o}{V_s \pm V_a}$

$$f = 1200 \cdot \frac{340}{340-10} = 1200 \cdot \frac{34}{33}\ Hz$$



Cálculo do comprimento de onda: $v = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \dfrac{340}{1200 \cdot \frac{34}{33}} = \dfrac{330}{1200} = \dfrac{33}{120}$ m

Cálculo da diferença de fase em comprimento de onda: 1λ —— $\dfrac{33}{120}$m

x —— 0,2m

$$x = 0{,}2 \cdot \frac{120}{33} = \frac{24}{33}\lambda$$

Cálculo da diferença de fase em graus: 1λ —— $360°$

$\dfrac{24}{33}\lambda$ —— y

$$y = 360 \cdot \frac{24}{33} = 261{,}81°$$

2ª QUESTÃO

Dois músicos com seus respectivos violões afinados participam de um dueto. No início do conserto, é ligado um aparelho de ar condicionado próximo a um deles e, após alguns minutos, percebe-se uma frequência de batimento f_{bat} produzida pela quinta corda dos violões, no modo fundamental.
Considerando que ambas as cordas permaneçam com o comprimento inicial L_0, determine a variação de temperatura sofrida pela corda do violão próximo ao ar condicionado.

Dados:

- constante elástica da corda: k;
- massa específica linear da corda: μ;
- coeficiente de dilatação linear: α;
- frequência da quinta corda do violão afinado: f.

Observação:

- despreze o efeito da temperatura no outro violão.

Gabarito:

Suponha que, inicialmente, a corda está sujeita a uma deformação de ΔL, gerando uma tração $k\Delta L =: T$.

Como $v = \lambda f = 2L_o f = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, temos que $T = k\Delta L = 4\mu L_0^2 f^2 \Rightarrow \Delta L = \frac{4\mu L_0^2 f^2}{k}$

Suponha que a temperatura inicial, θ, é reduzida a $\theta' = \theta - \Delta\theta$ pelo aparelho de ar-condicionado. Na ausência do tensionador da corda, seu comprimento seria reduzido de $L = L_0$ para $L' = L_0(1 - \alpha\Delta\theta)$. No entanto, como o comprimento da corda é efetivamente preservado, a deformação da corda aumenta de ΔL para $\Delta L' = \Delta L + L_o \cdot \alpha\Delta\theta = \Delta L\left(1 + \frac{\alpha\Delta\theta k}{4\mu L_o f^2}\right)$.

A densidade linear da corda se mantém constante. Como o tensionador não se mexe, uma mesma massa de corda ocupa um mesmo comprimento (L_0). Logo, a razão entre as frequências final e inicial é

$$\frac{f'}{f} = \frac{2L_o f'}{2L_o f} = \frac{\lambda f'}{\lambda f} = \frac{V'}{V} = \frac{\sqrt{T'/\mu}}{\sqrt{T/\mu}} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{k\Delta L'}{k\Delta L}} = \sqrt{1 + \frac{\alpha\Delta\theta k}{4\mu L_o f^2}}$$

Como $f_{bat} = |f' - f|$,

$$f_{bat} = f\left(\sqrt{1 + \frac{\alpha\Delta\theta k}{4\mu L_0 f^2}} - 1\right) \Leftrightarrow \Delta\theta = \frac{4\mu L_0 f f_{bat}}{\alpha k}\left(2 + \frac{f_{bat}}{f}\right)$$

3ª QUESTÃO

Uma partícula de carga $+Q$ e massa m move-se pelo espaço presa a um carrinho. Esse movimento é regido pelas seguintes equações de posição nos três eixos, para k, ω_1 e ω_2 constantes:

$$x(t) = \frac{k}{\omega_1} sen\,(\omega_1 t) - \frac{k}{\omega_2} sen\,(\omega_2 t)$$

$$y(t) = \frac{k}{\omega_1} cos\,(\omega_1 t) + \frac{k}{\omega_2} cos\,(\omega_2 t)$$

$$z(t) = \frac{4k}{\omega_1 + \omega_2} sen\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

Durante todo o movimento, um campo elétrico atua na partícula, o que provoca uma força que tende a arrancá-la do caminho.

Dados:

- coordenadas nos três eixos do campo elétrico: (0,0,E).

Portanto:

(A) mostre que a partícula se move com velocidade escalar constante;
(B) determine os instantes em que a força provocada pelo campo elétrico na partícula é ortogonal à sua trajetória;
(C) determine as equações dos vetores aceleração tangencial e aceleração normal decompostos nos três eixos;
(D) supondo que em $t_x = \frac{2\pi}{\omega_1 + \omega_2}$ a partícula se solte do carrinho, determine as acelerações normal e tangencial da partícula imediatamente após t_x.

Gabarito:

(A)

$$sen\,\alpha + sen\,\beta = 2\,sen\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

Transformando soma em produto: $cos\,\alpha - cos\,\beta = -2\,sen\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) sen\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$$cos\,\alpha + cos\,\beta = 2\,cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\frac{dx}{dt}(t) = k\left(\cos\omega_1\,t - cos\,\omega_2\,t\right) = -2k \cdot sen\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right) sen\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\,t\right)$$

$$\frac{dy}{dt} = -k\left(sen\,\omega_1\,t + sen\,\omega_2\,t\right) = -2k\cdot sen\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\,t\right)$$

$$\frac{dz}{dt} = 2k\cdot cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)$$

$$\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt},\frac{dy}{dt},\frac{dz}{dt}\right) \quad e \quad v = |\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

$$v = \sqrt{4k^2\,sen^2\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)sen^2\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\,t\right) + 4k^2\,sen^2\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)cos^2\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\,t\right) + 4k^2\,cos^2\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)}$$

$$v = \sqrt{4k^2\,sen^2\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right) + 4k^2\,cos^2\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)} = 2|k|$$

Logo, a velocidade escalar da partícula é constante.

(B) Quando a força é perpendicular à trajetória, $\vec{F}_{el}\cdot\vec{v} = 0$. Para isso ocorrer, $v_z\,(t) = 0$

$$2k\,cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right) = 0 \rightarrow \frac{\omega_1+\omega_2}{2}\cdot t = \frac{\pi}{2} + \ell\pi,\ \ell\in\mathbb{N}$$

$$t = \frac{\pi}{\omega_1+\omega_2}(2\ell+1),\ \ell\in\mathbb{N}$$

(C)

$$a_t = \frac{dv}{dt}\text{, logo } a_t = 0\ (v \text{ é constante}). \text{ Assim, } a_{t_x} = a_{t_y} = a_{t_z} = 0$$

$$\text{como } \vec{a}_t = 0,\ \vec{a}_N = \vec{a} = \left(\frac{dv_x}{dt},\frac{dv_y}{dt},\frac{dv_z}{dt}\right)$$

$$a_{N_x} = -k\omega_1\,sen\,\omega_1\,t + k\omega_2\,sen\,\omega_2\,t = k\left(\omega_2\,sen\,(\omega_2\,t) - \omega_1\,sen\,(\omega_1\,t)\right)$$

$$a_{N_y} = -k\omega_1\,cos\,\omega_1\,t - k\omega_2\,cos\,\omega_2\,t = -k\left(\omega_1\,cos\,(\omega_1\,t) + \omega_2\,cos\,(\omega_2\,t)\right)$$

$$a_{N_z} = 2k\cdot\frac{(\omega_1+\omega_2)}{2}\cdot -sen\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right) = -k\left(\omega_1+\omega_2\right)\cdot sen\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)$$

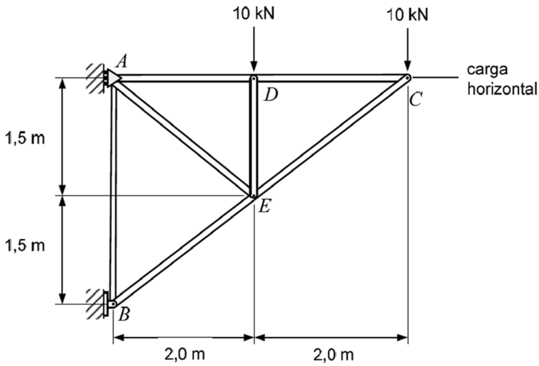
(D) Em $t = \dfrac{2\pi}{\omega_1+\omega_2}$, a velocidade é $\vec{v} = (0{,}0{,}-2k)$. Dessa forma, a velocidade é paralela à força elétrica, o

que provocará movimento retilíneo.

$$F_{el} = F_t = m\cdot a_t \rightarrow a_t = \frac{QE}{m};\ \vec{a}_t = \left(0{,}0{,}\frac{QE}{m}\right)$$

Como a trajetória é retilínea, $a_N = 0$.

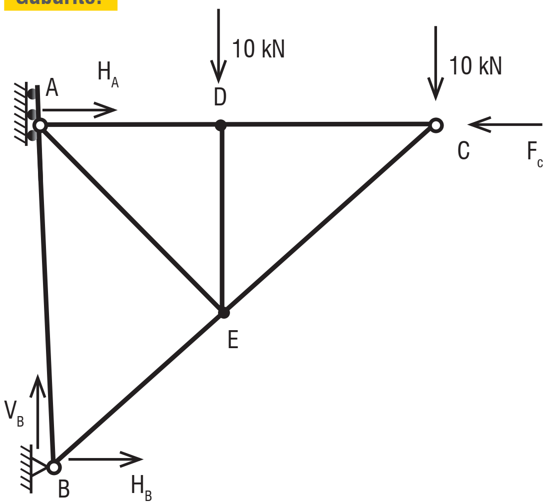
4ª QUESTÃO



A figura acima mostra uma estrutura em equilíbrio de peso desprezível em relação ao carregamento externo. As barras desta estrutura só resistem aos esforços normais de tração ou de compressão. Sobre o nó *D* há uma carga vertical concentrada de 10 *kN*, enquanto no nó *C* há uma carga vertical concentrada de 10 *kN* e uma carga horizontal. Sabendo que o apoio *A* não restringe o deslocamento vertical e a força de compressão na barra *AB* é 5 *kN*, determine:

(A) a intensidade, em *kN*, e o sentido da carga horizontal no nó *C*;
(B) as reações de apoio, em *kN*, nos nós *A* e *B*, indicando suas direções e sentidos;
(C) as barras que estão tracionadas, indicando suas magnitudes em *kN*;
(D) as barras que estão comprimidas, indicando suas magnitudes em *kN*;

Gabarito:

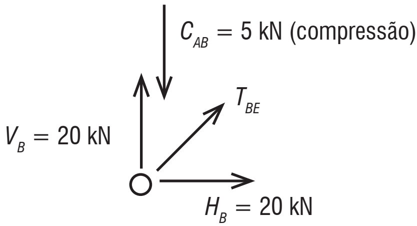


As forças externas que atuam sobre a estrutura estão marcadas na figura acima. Daí, aplicando as equações de equilíbrio.

- $\Sigma M_A = 0$ (sentido horário positivo) $\rightarrow - H_B \cdot 3 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 4 = 0 \;\rightarrow\; H_B = 20$ kN

- $\Sigma F_Y = 0 \rightarrow V_B = 20$ kN
- $\Sigma F_X = 0 \rightarrow H_A + H_B = F_C \rightarrow H_A + 20 = F_C$ (i)

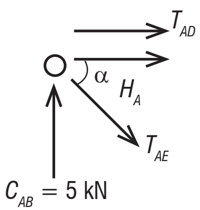
Isolando o ponto *B*:



$\Sigma F_X = 0 \rightarrow T_{BE} \cos\alpha + 20 = 0 \rightarrow$

$T_{BE} \cdot \dfrac{4}{5} + 20 = 0 \rightarrow T_{BE} = -25$ kN (na verdade a barra está comprimida)

Isolando o ponto *A*:



$\sum F_y = 0 \rightarrow 5 = T_{AE} \cdot sen\,\alpha \rightarrow$

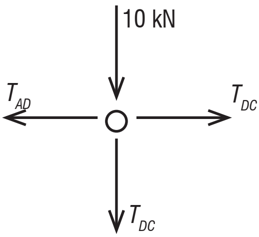
$5 = T_{AE} \cdot \dfrac{3}{5} \rightarrow T_{AE} = \dfrac{25}{3}$ kN (tração mesmo, portanto).

$\sum F_x = 0 \rightarrow T_{AD} + H_A + T_{AE} \cdot \cos\alpha = 0 \rightarrow$

$T_{AD} + H_A + \dfrac{25}{3} \cdot \dfrac{4}{5} = 0 \rightarrow$

$T_{AD} + H_A = -\dfrac{20}{3}$ (ii)

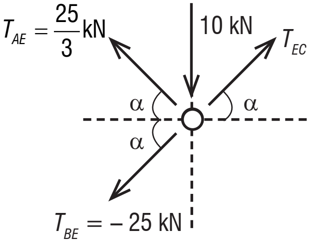
Isolando o ponto *D*:



$\sum F_y = 0 \rightarrow T_{DE} = -10$ kN (compressão)

$\sum F_x = 0 \rightarrow T_{AD} = T_{DC}$ (ii)

Isolando o ponto *E*:



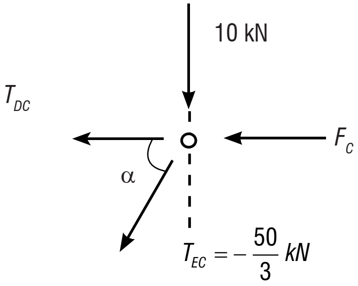
$\sum F_x = 0 \rightarrow$

$T_{AE} \cdot \cos\alpha + T_{BE} \cdot \cos\alpha = T_{EC} \cos\alpha$

$\dfrac{25}{3} \cdot \dfrac{4}{5} - 25 \cdot \dfrac{4}{5} = T_{EC} \cdot \dfrac{4}{5} \rightarrow$

$T_{EC} = -\dfrac{50}{3}$ kN

Isolando o ponto *C*:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow T_{DC} + T_{EC} \cdot \cos\alpha + F_C = 0$$

$$\rightarrow T_{DC} - \frac{50}{3} \cdot \frac{4}{5} + F_C = 0$$

$$\rightarrow T_{DC} + F_C = \frac{40}{3}\ \text{kN (iv)}$$

Note que não há mais nenhuma equação a ser usada e que nenhuma das equações já escritas nesta solução permite calcular H_A ou F_C (uma fica sempre em função da outra).
Fisicamente, note que isso faz sentido, já que qualquer incremento de força horizontal em *C* é integralmente descarregado no apoio *A*.
Portanto, é impossível calcular a carga horizontal em *C*.
Por esse motivo, não há como fazer o item A.

(B) A reação horizontal em *A* é $H_A = F_C - 20$, supondo F_C para esquerda e H_A para direita.

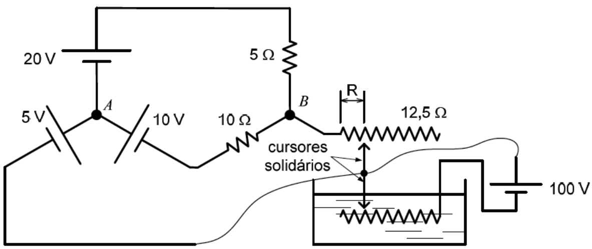
Reações em B: VERTICAL: $\uparrow$ 20 kN
HORIZONTAL: $\rightarrow$ 20 kN

(C) A única barra tracionada é *AE*, com tração de $\frac{25}{3}$ kN. (supondo F_C para esquerda).

(D) Barras comprimidas (supondo F_C para esquerda):
AB: $T = -5$ kN
BE: $T = -25$ kN
DE: $T = -10$ kN
EC: $T = -\frac{50}{3}$ kN

AD e DC: $T = -F_C + \frac{40}{3}$ kN (supondo $F_C > \frac{40}{3}$ kN e para esquerda)

5ª QUESTÃO



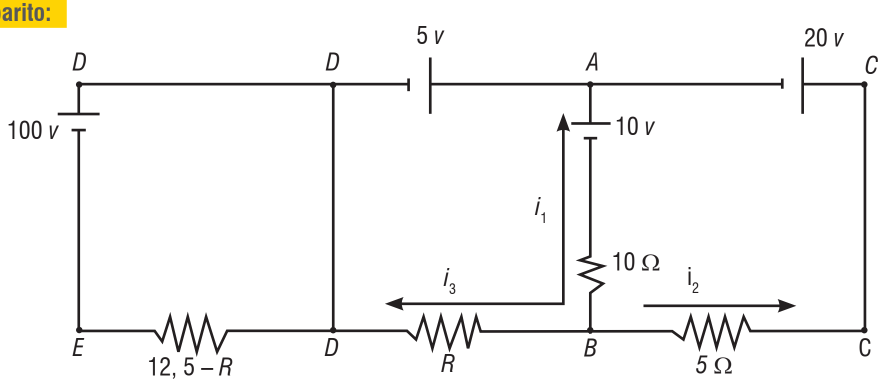
A figura acima apresenta um circuito elétrico composto de quatro baterias, dois resistores fixos e dois resistores variáveis (reostatos) lineares. Os dois reostatos são iguais e os dois cursores (que ajustam os valores das resistências) são solidários. Um dos reostatos é imerso em 100 litros de água a uma temperatura inicial de 20 ºC e um capacitor é conectado entre os nós *A* e *B*. Sabendo que o potencial de *B* é maior que o potencial de *A* e que o capacitor está com uma carga de 0,0625 C, determine a temperatura da água após uma hora de funcionamento do circuito.

Dados:

- massa específica da água: $1\ \dfrac{Kg}{L}$;
- capacitor: 1.000 μF;
- calor específico da água: $4.000\ \dfrac{J}{Kg\ ^oC}$;
- rendimento do processo de aquecimento: 95%;
- resistência total do reostato: 12,5 Ω.

Observação:
- despreze o tempo de carga do capacitor.

Gabarito:



Capacitor carregado: $q = C.U \rightarrow 0{,}0625 = 1000.10^{-6}.\ U \rightarrow U = 62{,}5V$.
Como $V_B > V_A$, *logo:* $V_B - V_A = 62{,}5V$. Logo, do nó *B* parte uma corrente i_1 para o nó *A.*

Pelo circuito redesenhado temos:

$$\begin{array}{rl} & V_A - V_C = -20 \\ + & V_B - V_A = 62{,}5 \\ \hline & V_B - V_C = 42{,}5V \end{array}$$

$\rightarrow$ Logo, há uma corrente i_2 fluindo de *B* para *C* através do do resistor de 5Ω

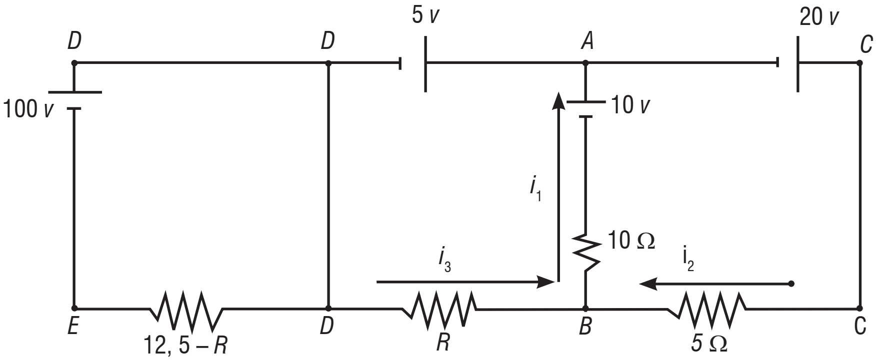
Portanto, pela lei de nós em B, deve haver uma corrente indo de *D* para a *B* pelo resistor R.

No mesmo circuito, observamos:

$$\begin{array}{l} V_A - V_D = 5 \\ V_B - V_A = 62{,}5 \\ \hline V_B - V_D = 67{,}5 \end{array}$$

$\rightarrow$ Portanto, existe uma corrente i_3 pelo resistor *R* do nó *B* para o nó *D*, o que contradiz a 1ª lei de Kirchoff (Lei dos nós).

A questão torna-se incoerente fisicamente com os dados apresentados.
Desta forma, vamos considerar que $V_A > V_B \rightarrow V_A - V_B = 62{,}5\ V$.



No circuito temos:

$$\begin{array}{rl} & V_A - V_B = 62{,}5 \\ + & V_C - V_A = 20 \\ \hline & V_C - V_B = 82{,}5 \end{array}$$

$\rightarrow$ Logo há uma corrente i_2 de C para B.

$$V_{CB} = 5i_2 = 82{,}5 \rightarrow i_2 = 16{,}5\ A$$

Além disso:

$$\begin{array}{rl} & V_A - V_B = 62{,}5 \\ + & V_D - V_A = 20 \\ \hline & V_D - V_B = 57{,}5 \end{array}$$

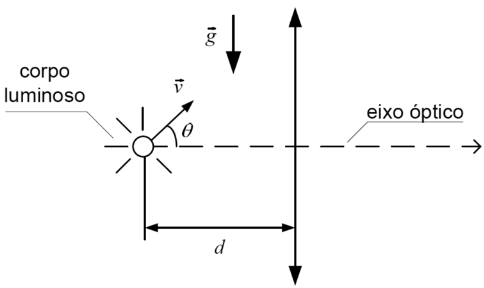
$\rightarrow$ Desta forma há uma corrente i_3 partindo de D para B.

Pela lei dos nós em B; deve haver uma corrente i_1 indo de B para A.
$U_{AB} = 10 - 10i_1 = 62{,}5 \rightarrow i_1 = -5{,}25\ A$. mais uma vez temos uma inconsistência física com os dados utilizados.

Portanto a questão deve ser anulada.

6ª QUESTÃO

Um corpo luminoso encontra-se posicionado sobre o eixo óptico de uma lente esférica convergente de distância focal f, distando d do vértice da lente. Esse corpo se encontra sob a ação da gravidade e é lançado com velocidade v, formando um ângulo θ com a horizontal.



Determine o ângulo de lançamento θ necessário para que a distância entre esse eixo e a imagem do corpo luminoso produzida pela lente varie linearmente com o tempo, até o instante anterior ao de seu retorno ao eixo óptico.

Dados:

- $g = 10\,\frac{m}{s^2}$;
- $v = 4\,\frac{m}{s}$;
- f = 1,2 m;
- d = 2 m.

Gabarito:

Temos pela equação de graus: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p(t)} + \frac{1}{p'(t)}$ (1), onde $p(t)$ é a distância do corpo à lente e $p'(t)$ é a distância da imagem à lente.

Além disso, pelo aumento linear transversal: $\frac{i(t)}{o(t)} = \frac{p'(t)}{p(t)}$ (2).

De (1), que $p'(t) = \frac{f\,p(t)}{p(t) - f}$. Logo, em (2):

$$i(t) = \frac{-o(t)\text{f}}{p(t) - f}.$$

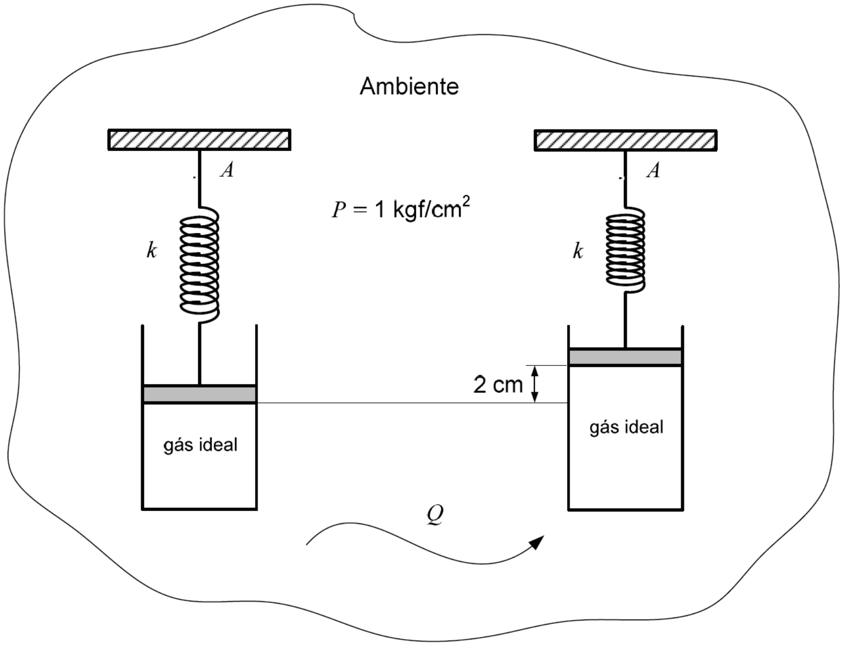
Das equações de movimento: $\begin{cases} o(t) = v sen\theta.\,t - \frac{gt^2}{2} \\ P(t) = \text{d} - v\cos\theta.\,\text{t} \end{cases}$.

Logo, $i(t) = \frac{(\frac{gt^2}{2} - v\ sen\theta\ t)f}{d - f - v.\cos\theta\,.\,\text{t}}$. Para que a distância entre o eixo e a imagem varie linearmente com o tempo, a raiz do polinômio do denominador deve ser raiz do polinômio do numerador.

Então, $\frac{d - f}{v\cos\theta} = \frac{2\,v sen\theta}{g} \Rightarrow sen\,2\theta = \frac{(d - f)g}{v^2}$.

Substituindo os valores: $sen\ 2\theta = \frac{0{,}8\,.\,10}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 15^o$, ou $\theta = 75^o$.

7ª QUESTÃO



No interior de um ambiente submetido à pressão atmosférica, encontra-se um cilindro que contém 10 mL de um determinado gás ideal. Esse gás é mantido no interior do cilindro por um êmbolo móvel de área igual a 30 cm^2, conforme apresentado na figura acima. Inicialmente a mola não exerce força sobre o êmbolo. Em seguida, o gás recebe uma quantidade de calor igual a 50% daquele rejeitado por uma máquina térmica, operando em um ciclo termodinâmico, cujas características técnicas se encontram listadas abaixo. Como consequência do processo de expansão, observa-se que a mola foi comprimida em 2 cm. O rótulo de identificação do gás está ilegível, mas sabe-se que existem apenas duas opções – o gás é hélio ou oxigênio. Baseado em uma análise termodinâmica da situação descrita, identifique o gás.

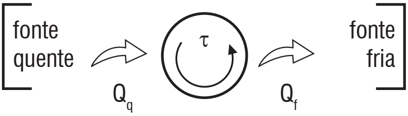
Dados:

- temperaturas da fonte quente e da fonte fria da máquina térmica: 600 K e 450 K;
- razão entre o rendimento da máquina térmica e o do ciclo de Carnot associado: 0,8;
- quantidade de calor recebido pela máquina térmica: 105 J;
- constante da mola: $3 \times 10^4 \ \frac{\text{N}}{\text{m}}$;
- pressão atmosférica: $1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$;
- 1 kgf = 10 N;
- peso do êmbolo: desprezível.

Gabarito:

Máquina térmica:

$T_q = 600\ K$ $T_f = 450\ K$ $Q_q = 105\ J$



$$\frac{\eta_{\text{real}}}{\eta_{\text{ideal}}} = 0{,}8 \therefore \frac{1-\dfrac{Q_f}{Q_q}}{1-\dfrac{T_f}{T_q}} = 0{,}8 \therefore \frac{1-\dfrac{Q_f}{105}}{1-\dfrac{\cancel{450}\ 3}{\cancel{600}\ 4}} = 0{,}8 \therefore \left(1-\frac{Q_f}{105}\right).\cancel{4} = \cancel{0{,}8}\ 0{,}2$$

$$\frac{Q_f}{105} = 0{,}8 \therefore \boxed{Q_f = 84\ \text{J}}$$

Se o gás recebe 50% do rejeitado pela máquina: $\boxed{Q = 42\ \text{J}}$

Na situação inicial do gás, como a mola não exerce força sobre o êmbolo, e este não possui peso, concluímos que a pressão inicial do gás é a atmosférica

$p_0 = 10^5\ N/m^2$

$V_0 = 10^{-2}\ L = 10^{-5}\ m^3$

Na situação final a mola foi comprimida, então temos a força da mola exercendo pressão no gás, além da pressão atmosférica $p_f = 10^5 + \dfrac{F_{el}}{A}$

$$\frac{F_{el}}{A} = \frac{kx}{A} = \frac{\cancel{3}.10^{4}.\cancel{2}.10^{-2}}{\underset{5\,\cancel{10}}{\cancel{30}}.10^{-4}} = \frac{10^6}{5} \therefore p_f = 10^5 + 2.10^5 = 3.10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

O volume final também muda: $V_f = V_0 + (2\ .\ 30)\ .\ 10^{-6}\ m^3 = 10^{-5} + 6\ .\ 10^{-5} = 7\ .\ 10^{-5}\ m^3$

Como as quantidades de mols não muda:

$pV = nRT$

antes: $10^5\ .\ 10^{-5} = nRT_0 \therefore nRT_0 = 1$

depois: $3\ .\ 10^5\ .\ 7\ .\ 10^{-5} = nRT_f \therefore nRT_f = 21$

O trabalho de expansão do gás será o trabalho da força elástica adicionado ao da pressão atmosférica

$\tau_{\text{gás}} = \tau_{\text{el}} + \tau_{\text{atm}}$

$$\left.\begin{aligned} \tau_{el} &= \frac{kx^2}{2} = \frac{3.10^4}{2}.(2.10^{-2})^2 = 6\ \text{J} \\ \tau_{\text{atm}} &= p\Delta V = 10^5.[7-1].10^{-5} = 6\ \text{J} \end{aligned}\right\} \tau_{\text{gás}} = 12\ \text{J}$$

Logo, a variação de energia interna do gás será: $\boxed{\Delta U = Q - \tau = 42 - 12 = 30\ \text{J}}$

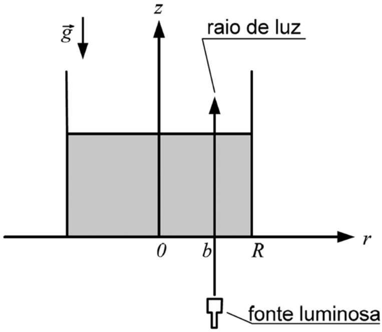
$\Delta U = k\ nR\Delta T$

$\Delta U = k\ nR\ (T_f - T_0)$

$$\Delta U = k\ \cancel{nR}\left(\frac{21}{\cancel{nR}} - \frac{1}{\cancel{nR}}\right) \therefore 30 = 20k$$

$\boxed{k = \dfrac{3}{2}}$ gás monoatômico Hélio

8ª QUESTÃO



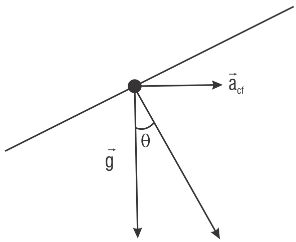
Um raio de luz monocromática incide perpendicularmente no fundo transparente de um balde cilíndrico, inicialmente em repouso. Continuando a sua trajetória, o raio de luz atravessa a água a uma distância *b* do eixo *z* (eixo de simetria do balde) até ser transmitido para o ar, de acordo com a figura acima.

Se o balde e a água giram em torno do eixo *z* a uma velocidade angular constante ω, calcule o menor valor de *b* para o qual a luz sofre reflexão total.

Dados:

- índice de refração da água: *n*;
- índice de refração do ar: 1;
- raio do balde: $R > b$.

Gabarito:



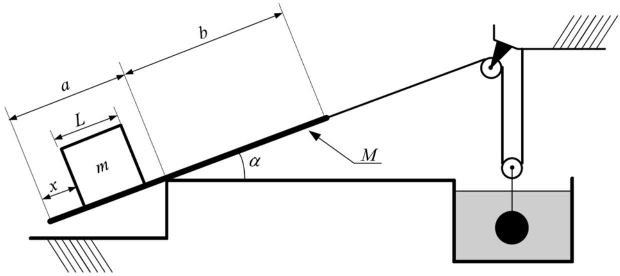
No referencial do líquido, uma molécula da interface água-ar está sujeita a duas forças: a força gravitacional (vertical, para baixo, com módulo da aceleração igual a *g*) e a força centrífuga (horizontal, para fora com módulo da aceleração igual a $\omega^2 b$). Para que a interface esteja em equilíbrio, a força resultante deve ser perpendicular à interface (caso contrário, a molécula poderia deslizar para a esquerda ou direita e reduzir sua energia potencial). Se θ é o ângulo que a normal à superfície faz com a direção vertical, temos que $tg\,\theta = \frac{a_{cf}}{g} = \frac{\omega^2 b}{g}$.

A Lei de Snell na interface água-ar diz que, se θ é o ângulo entre o raio de luz e a normal à superfície, e φ é o ângulo entre o raio refratado e a normal à superfície, então n senθ = 1 sen φ; a reflexão total ocorre quando sen $\varphi \geq 1$. Logo, $sen\,\theta \geq \frac{1}{n} \Leftrightarrow \csc\theta \leq n \Leftrightarrow \csc^2\theta - 1 \leq n^2 - 1 \Leftrightarrow ctg^2\,\theta \leq n^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{g^2}{\omega^4 b^2} \leq n^2 - 1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega^4 b^2}{g^2} \geq \frac{1}{n^2 - 1} \Leftrightarrow |b| \geq \frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Logo, o menor valor de *b* é $\frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$.

9ª QUESTÃO



Uma placa rígida e homogênea de massa M e espessura desprezível está apoiada na quina de um degrau sem atrito e em equilíbrio, como mostrado na figura. Sobre a placa, encontra-se fixado um cubo de aresta L e massa m, a uma distância x do extremo esquerdo da placa. O extremo direito da placa está preso por um fio a um conjunto de polias, que sustenta uma esfera totalmente imersa em um líquido. Determine:

(A) o valor de x, considerando que tanto o fio quanto a placa fazem um ângulo α com a horizontal;
(B) o valor do raio R da esfera.

<u>Dados:</u>

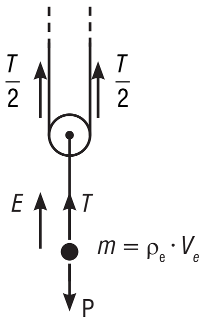
- massa específica da esfera: ρ_e;
- massa específica do líquido: ρ_L;
- aceleração da gravidade: g.
- distância da quina ao extremo esquerdo da barra: a;
- distância da quina ao extremo direito da barra: b.

<u>Observação:</u>

- considere o fio ideal e despreze a massa das polias.

Gabarito:

- esfera imersa em equilíbrio: $\Sigma F = 0 \rightarrow P = E + T$

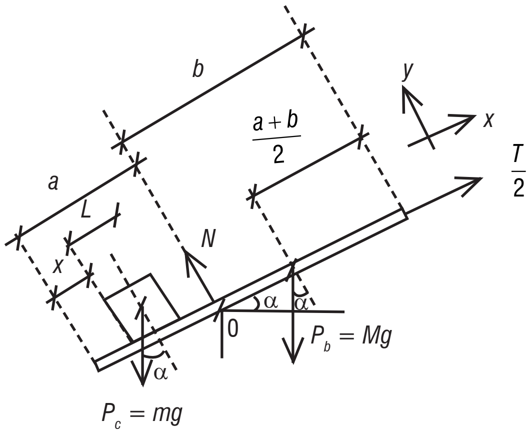


$$T = m_e g - \rho_L \cdot V_e \cdot g \rightarrow$$

$$T = \rho_e \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot g - \rho_L \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot g$$

$$T = \frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho_e - \rho_L)$$

- equilíbrio do conjunto barra + cubo:



(A) $\Sigma M_0 = 0(+\circlearrowright) \rightarrow$

$$-mg\,sen\alpha \cdot \frac{L}{2} - mg\,cos\alpha \cdot \left(a - x - \frac{L}{2}\right) + Mg\,cos\alpha\left(b - \frac{a+b}{2}\right) = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{L}{2}tg\alpha + a - \frac{L}{2} - \frac{M}{m}\cdot\frac{b}{2} + \frac{M}{m}\cdot\frac{a}{2}$$

(B) $\Sigma F_x = 0 \rightarrow \frac{T}{2} = Mg\,sen\alpha + mg\,sen\alpha \rightarrow$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho_e - \rho_L) = (M+m)\cdot g\,sen\alpha \rightarrow$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3}{2}\frac{(M+m)}{(\rho_e - \rho_L)}\cdot\frac{sen\alpha}{\pi}}$$

10ª QUESTÃO

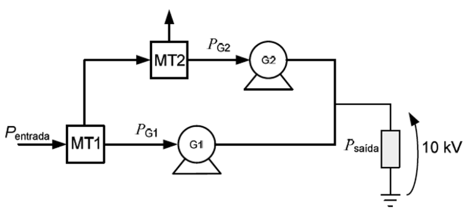


Figura 1

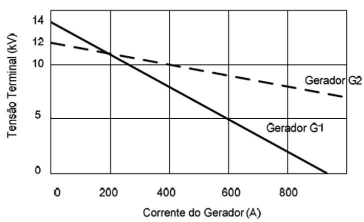


Figura 2

A figura 1 apresenta a planta de uma usina térmica de ciclo combinado. As saídas das máquinas térmicas 1 e 2 (MT1 e MT2) alimentam os geradores G_1 e G_2, fornecendo-lhes, respectivamente, as potências P_{G1} e P_{G2}. As curvas de **Tensão Terminal** versus **Corrente do Gerador** dos dois geradores são apresentadas na figura 2. Os dois geradores estão conectados em paralelo fornecendo uma potência de saída ($P_{saída}$) *de* $\frac{20.000}{3}$ *kw*, com uma tensão de 10 *kV*. Determine:

(A) a resistência interna de cada gerador.
(B)o percentual de carga total fornecida por cada gerador.
(C) a perda na resistência de cada gerador.
(D) as potências P_{G1} e P_{G2} fornecidas aos geradores.
(E) o rendimento do sistema.

Dados:

- a máquina térmica MT1 opera entre as temperaturas de 800ºC e 300ºC e o seu rendimento é 35% do rendimento máximo do ciclo de Carnot a ela associado;
- a máquina térmica MT2 opera entre as temperaturas de 500ºC e 50ºC e o seu rendimento é 40% do rendimento máximo do ciclo de Carnot a ela associado;

Observação:

- considere nos geradores somente as perdas em suas resistências internas.

Gabarito:

Das curvas características dos geradores temos:

$$G_1: \varepsilon_1 = 14000\ v;\ r_{G_1} = \frac{14000 - 5000}{600} = 15\ \Omega$$

$$G_2: \varepsilon_2 = 12000\ v;\ r_{G_2} = \frac{12000 - 10000}{400} = 5\ \Omega$$

(A)
$r_{G_1} = 15\ \Omega$ e $r_{G_2} = 5\ \Omega$
Cálculo da corrente elétrica nos geradores:

$$G_1: \mathrm{U} = \varepsilon - ri \rightarrow 10000 = 14000 - 15 i_1 \rightarrow i_1 = \frac{800}{3}\ A$$

$$G_2: \mathrm{U} = \varepsilon - ri \rightarrow 10000 = 12000 - 5 i_2 \rightarrow i_2 = 400\ A$$

(B)

$$P_{util_{G_1}} = Ui_1 = 10000 \cdot \frac{800}{3} = \frac{8000}{3}\ \mathrm{kw} \rightarrow \%_{G_1} = \frac{800/3}{20000/3} = 40\%$$

$$P_{util_{G_2}} = Ui_2 = 1000 \cdot 400 = 4000\ \mathrm{kw} \rightarrow \%_{G_2} = \frac{4000}{20000/3} = 60\%$$

(C)

$$P_{DISS_{G_1}} = r_1 \cdot i_1^2 = 15 \cdot \left(\frac{800}{3}\right)^2 = \frac{15}{9} \cdot 64 \cdot 10^4 = \frac{3200}{3}\ \text{kw}$$

$$P_{DISS_{G_2}} = r_2 \cdot i_2^2 = 5 \cdot 400^2 = 5 \cdot 16 \cdot 10^4 = 800\ \text{kw}$$

(D)

$$P_{G_1} = P_{util_{G_1}} + P_{DISS_{G_1}} = \frac{8000}{3} + \frac{3200}{3} = \frac{11200}{3}\ \text{kw}$$

$$P_{G_2} = P_{util_{G_2}} + P_{DISS_{G_2}} = 4000 + 800 = 4800\ \text{kw}$$

Nesse ponto, são possíveis duas interpretações do enunciado:

1º caso: PG_1 é o trabalho realizado pela máquina MT_1, de acordo com a segunda linha do enunciado. Isso faz com que a alimentação da máquina MT_2 são feita pelo calor rejeitado para a fonte fria de MT_1 e leva a uma inconsistência no rendimento de MT_2

2º caso: PG_1 e a alimentação de MT_2 são feita com o trabalho realizado por MT_1. Isso faz com que o rendimento de MT_2 seja necessário para a solução da questão, mas contradiz o texto, que sugere que a saída de MT_1 alimenta o gerador G_1 apenas. Além disso, a figura 1 deixa de fazer sentido, pois a lógica de trabalhos e calores rejeitados em MT_1 e MT_2 precisa ser distinta nas duas máquinas para esse caso.

$$\text{No } 1^{\circ} \text{ caso: } MT_1 = \eta_1 = 0{,}35\left(1 - \frac{573}{1073}\right) = 0{,}35 \cdot \frac{500}{1073} = \frac{175}{1073} = 16{,}3\%$$

$$MT_2 = \eta_2 = 0{,}4\left(1 - \frac{323}{773}\right) = 0{,}4 \cdot \frac{450}{773} = \frac{180}{773} = 23{,}3\%$$

$$P_{g_1} = \eta_1 \cdot P_{entrada} = \frac{175}{1073} \cdot P_{entrada} = \frac{11200}{3} \rightarrow P_{entrada} = 22890{,}67\ \text{Kw}$$

$$\eta_{sistema} = \frac{P_{saída}}{P_{entrada}} = \frac{20000/3}{22890{,}67} = 29{,}1\%$$

$$\text{Obs: Dessa forma } x = 22890{,}67 - \frac{11200}{3} = 19157{,}34 \text{ KW alimentam } MT_2.$$

$$\eta_2 = \frac{PG_2}{x} = 25\%, \text{ que difere do rendimento de } MT_2 \text{ dado no enunciado.}$$

$$\text{No } 2^{\circ} \text{ caso: } \eta_1 = \frac{PG_1 + x}{P_{entrada}} = \frac{PG_1 + \dfrac{PG_2}{\eta_2}}{P_{entrada}} = \frac{\dfrac{11200}{3} + \dfrac{4800}{180} \cdot 773}{P_{entrada}} = \frac{175}{1073} \rightarrow P_{entrada} = \frac{24346{,}67 \cdot 1073}{175}$$

$$P_{entrada} = 149279{,}85\ \text{Kw}$$

$$\eta_{sistema} = \frac{20000/3}{149279{,}85} = 4{,}5\%$$

Comentário:

Assim como nos últimos anos, a prova apresentou um alto grau de complexidade para os alunos. A avaliação foi bastante abrangente, cobrindo quase todo o conteúdo, exceto magnetismo.

As questões mais acessíveis foram a 1 e a 7, que tratavam de ondas e termodinâmica. Já as questões 3 e 8 são de difícil solução por parte dos alunos.

A prova acabou sendo um pouco prejudicada devido a problemas em três questões: na 5, a resistência teria que ser negativa para satisfazer os dados do problema; na 4, o item A pede um parâmetro que é indeterminado e todos os outros itens ficam em função disso; na 10, ou a questão está supercondicionada (com inconsistência em um dos dados), ou o aluno precisa supor que as setas da figura representam coisas diferentes de acordo com cada máquina.

Isso, somado à dificuldade e extensão de algumas questões, fez com que fosse bastante complexo para um aluno conseguir um bom desempenho.

Professores:

Fábio Moreira, Fábio Oliveira, Humberto Machado, Leonardo Domingos e Ricardo Fagundes.