Gabarito EPCAR 2013

Rede de ensino PENSI — Rede de Ensino APOGEU

Prova de Matemática (MODELO C)

01) O oposto do número real $x = \frac{526}{495} + \left[\frac{\left((-2)^{(2\sqrt{2}-1)}\right)^{(2\sqrt{2}+1)}}{128}\right]^{-1}$ está compreendido entre:

a) -0,061 e -0,06
b) -0,062 e -0,061
c) -0,064 e -0,063
d) – 0,063 e -0,062

Resolução: ALTERNATIVA B

$$x = \frac{526}{495} + \frac{\left[\left((-2)^{(2\sqrt{2}-1)}\right)^{2\sqrt{2}+1}\right]^{-1}}{128}$$

Como $(2\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1) = 7$ **e** $128 = 2^7$**,**

têm-se: $x = \frac{526}{495} - 1 \approx 0{,}0626$**, assim o oposto de x é $\approx$ -0,0626.**

02) A equação $x = \sqrt{3x + a^2 + 3a}$, em que **x** é a incógnita e $a \in IR$ que $a < -3$, possui conjunto solução S, $S \subset IR$. Sobre s tem-se as seguintes proposições:

I) Possui exatamente dois elementos.
II) Não possui elemento menor que 2.
III) Possui elemento maior que 3.

Sobre as proposições acima, são verdadeiras:
a) apenas I e II
a) apenas I e III
a) I, II e II
a) apenas II e III

Resolução: ALTERNATIVA B

$x = \sqrt{3x + a^2 + 3a}$ **é uma raiz, logo** $x \geq 0$**. Elevando ao quadrado:**

$x^2 - 3x - a(a+3) = 0 \Rightarrow x = -a$ **ou** $x = a + 3$**. Como** $a < -3$**, logo $a + 3 < 0$.**

Assim $x = -a > 3$**.**

(I) Possui exatamente dois elementos (F)
(II) Não possui elemento menor que 2. (V)
(III) Possui elemento maior que 3. (V)

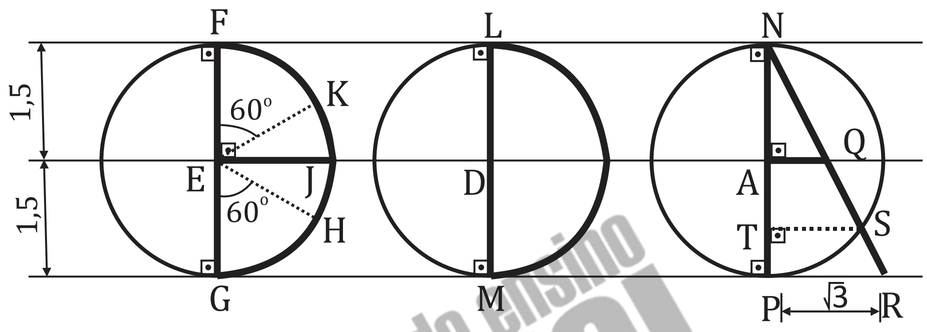
03)

"NASCIDOS PARA VOAR: 60 ANOS DE FUMAÇA JÁ"

Fonte: Jornal EPCARIANO – Ano 1, nº 01 – p. 4

Em maio de 2012, o esquadrão EDA (Esquadrilha da Fumaça) comemorou 60 anos de apresentações.
Para homenagear esse esquadrão foi realizado na EPCAR um concurso em que os alunos teriam que criar um desenho.
Uma das regras desse concurso foi: elaborar um desenho usando conhecimentos de matemática.

O aluno vencedor apresentou o desenho em circunferências conforme esquema abaixo.



Com base nas informações do desenho, julgue verdadeira ou falsa cada afirmativa.

(02) A menor soma das medidas dos comprimentos dos arcos $\widehat{PS}$, $\widehat{GH}$, $\widehat{FK}$ e $\widehat{LM}$ é igual a 6π.

(04) A razão entre $\widehat{PS}$ e $\widehat{ST}$, nessa ordem, é $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(08) $\widehat{PS}$ e $\widehat{GH}$ são congruente

(16) $\overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{EJ}$

(32) $\overline{ST} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

A soma das alternativas verdadeiras é igual a:

a) 44

b) 22

c) 36

d) 20

Resolução: ALTERNATIVA A

(02) No terceiro círculo: $\tan P\hat{N}R = \dfrac{PR}{NP} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow P\hat{N}R = 30°$

ArcPS = ArcGH = ArcFK = 60º e ArcLM = 180º somando: 360º (círculo)

Comprimento: $2\pi r = 3\pi$ **(F)**

(04) Como PN é diâmetro $P\hat{S}N = 90°$**, então** $N\hat{P}S = 60°$ **logo:**

$$sen60° = \frac{ST}{PS} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{PS}{ST} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (V)}$$

(08) Como PS e GH compreendem o mesmo arco, são congruentes. (V)

(16) $tg30° = \dfrac{AQ}{AN} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **, como AN = EJ, têm-se:** $AQ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}AN$ **(F)**

(32) $P\hat{R}N = 60° \Rightarrow \text{sen}60° = \dfrac{PS}{PR} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow PS = \dfrac{3}{2}$

$$ST = PS.\text{sen}60° = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (V)}$$

04) Uma professora de Matemática do 5º ano do Ensino Fundamental, para dar início a um conteúdo novo, levou para a sala de aula **p** bolinhas em uma única caixa.
Ela chamou α, β, γ à frente da turma e pediu a cada aluno que, um de cada vez, fizesse retiradas sucessivas de um mesmo número de bolinhas, conforme descrito no quadro abaixo:

ALUNO	QUANTIDADE DE RETIRADAS	QUANTIDADE DE BOLINHAS RETIRADAS POR VEZ	SOBRA DE BOLINHA NA CAIXA
α	x	2	0
β	y	3	1
γ	z	5	2

Sabe-se que:

I - $40 < p < 80$
II - Cada aluno, logo após a contagem das bolinhas por ele retiradas, devolveu todas as bolinhas para a caixa.
III - Não houve erro na contagem por parte dos alunos.

Com base nessas informações, é **FALSO** que:
a) x - z é um número ímpar
b) $x + y + z > p$
c) x e y são primos entre si
d) $y < \frac{1}{3}p$

Resolução: ALTERNATIVA A
Retirando-se 5 bolinhas por vez sobram duas, donde *p* é um múltiplo de 5 mais 2.
Retirando-se 2 por vez não sobram bolinhas, ou seja, *p* é par.
Listando os possíveis valores de *p* no intervalo: {42, 52, 62, 72}.
Como de 3 em 3 sobra 1, *p* = 52. Assim:

$$x = \frac{p}{2} = 26, \ y = \frac{p-1}{3} = 17, \ z = \frac{p-2}{5} = 10$$

a) $x - z = 16$, par (F)
b) $x + y + z = 53 > 52$ (V)
c) $x = 26$ e $y = 17$ primos entre si. (V)
d) $y = 17 < \frac{p}{3} = \frac{52}{3}$ (V)
Obs.: Se não fosse dado o intervalo de *p*, podíamos fazer:

$$p - 52 = 2x - 52 = 2(x - 26)$$
$$p - 52 = 3y + 1 - 52 = 3y - 51 = 3(y - 17)$$
$$p - 52 = 5z + 2 - 52 = 5z - 50 = 5(z - 10)$$

Assim *p* – 52 deve ser múltiplo de 2, 3 e 5, donde *p* – 52 = 30*k* $\Rightarrow p = 30k + 52$

05) Hoje, dia 29 de julho de 2012, José tem o dobro da idade que Luiz tinha quando José tinha a idade que Luiz tem. Quando Luiz tiver a idade que José tem, a soma das idades deles será 90 anos.
Em 29 de julho de 2017, a razão entre as idades de José e Luiz, nessa ordem, será:

a) $\frac{6}{5}$

b) $\frac{5}{4}$

c) $\frac{9}{7}$

d) $\frac{27}{20}$

Resolução: ALTERNATIVA C
Considerando que hoje (2012) José tem x anos e Luiz y anos:
A diferença entre as idades é $x - y$. Assim, segue a tabelas das idades:

José	Luiz
X	y
Y	2y-x
2x-y	x

Deste modo: $x = 2(2y - x) \Rightarrow 3x = 4y$;

$3x - y = 90 \Rightarrow 3y = 90 \Rightarrow y = 30$ **e** $x = 40$

Em 2017, a razão entre as idades será: $\frac{45}{35} = \frac{9}{7}$.

06) Considere as expressões abaixo e simplifique-as.

$$A = \frac{(x^{2n+1}+x)(x^{2n+1}-x)-(x^4)^{n+\frac{1}{2}}}{(x^n+x)^2-x^{2n}-2x^{n+1}}$$

$C = 4z^2 - 3y^2$ dado que $z = \frac{a+b}{2}$, $y = \frac{a-b}{\sqrt{3}}$, $a = \left(2+\sqrt{3}\right)^{2012}$ e $b = \left(2-\sqrt{3}\right)^{2012}$.

Marque a alternativa verdadeira.

a) $(\text{A}+\text{C})^{-0,\overline{3}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$

b) É possível determinar o valor de $\frac{\text{C}}{4\text{A}+\text{C}}$

c) $\sqrt{\text{C}}$ é um número irracional.

d) $[-(\text{A}-\text{C})]^{-0,5} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Resolução: ALTERNATIVA A
Basta ver que:

$$A = \frac{(x^{2n+1}+x)(x^{2n+1}-x)-(x^4)^{n+\frac{1}{2}}}{(x^n+x)^2-x^{2n}-2x^{n+1}} = \frac{x^2(x^{2n}+1)(x^{2n}-1)-x^{4n+2}}{x^{2n}+2x^{n+1}+x^2-x^{2n}-2x^{n+1}} = x^{4n}-1-x^{4n} = -1$$

$$C = 4z^2-3y^2 = (a+b)^2-(a-b)^2 = 4ab = 4(2+\sqrt{3})^{2012}(2-\sqrt{3})^{2012} = 4(2^2-3)^{2012} = 4$$

Portanto, $(A+C)^{-0,\overline{3}} = (-1+4)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{9}}{3}$.

07) Maria Fernanda utiliza um balde com capacidade igual a 0,028hℓ para aguar as 16 roseiras de seu jardim. Ela enche o balde inicialmente vazio, e vai, de roseira em roseira, sem desperdício de água, jogando exatamente 800 cm^3 em cada uma.
Toda vez que o líquido não é suficiente para continuar, Maria Fernanda retoma e completa a capacidade do balde. Ela faz isso até que tenha aguado todas as roseiras.
É correto afirmar que, para Maria Fernanda aguar todas as roseiras,

a) o volume de água que sobra no balde é maior que $\frac{5}{7}$ total de sua capacidade.
b) é necessário encher o balde somente 5 vezes·
c) o total de água gasto não chega a 15ℓ
d) o volume de água que sobra no balde é menor que 10% do total de água gasto.

Resolução: ALTERNATIVA C

0,0028 hl = 2,8 l = 2,8 dm^3 = 2800 cm^3

- **O total de água gasto não chega a 15 L. Verdadeiro, pois com 16 roseiras gastaremos 16x800 = 12800 cm^3 = 12,8 dm^3 = 12,8 L que não chega a 15 L.**
- **O volume de água que sobra no balde é maior que 5/7 do total de sua capacidade. Falso, pois 5/7 do volume do balde (2800 cm^3) é igual a 2000 cm^3. Veja que o que sobra é igual aos mesmos 2000 cm^3, pois na última etapa apenas uma roseira é regada (daí sobram 2800-800=2000cm^3).**
- **É necessário encher o balde somente 5 vezes. Falso, pois como é necessário encher o balde a cada 3 roseiras, o total será 16/3 = 5,33..., ou seja, 6 vezes.**
- **O volume de água que sobra no balde é menor que 10% de água gasto. Falso, pois sobram 2000 cm^3 e 10% de 12800 cm^3 é igual a 1280 cm^3.**

08) Para encher um reservatório com água, pode-se usar duas torneiras. A primeira torneira enche esse reservatório em 36 minutos. A segunda enche o mesmo reservatório em 24 minutos.
Certo dia, em que esse reservatório estava vazio, a primeira torneira é aberta durante um período de k minutos. Ao fim de k minutos, a primeira torneira é fechada e abre-se, imediatamente, a segunda, que fica aberta por um período de (k + 3) minutos.
Se o volume de água atingido corresponde a $\frac{2}{3}$ da capacidade do reservatório, então o tempo total gasto foi

a) 30% de hora
b) 31% de hora
c) 28% de hora
d) 27% de hora

Resolução: ALTERNATIVA B
Sejam V_1 e V_2 as vazões das torneiras 1 e 2, respectivamente. Sendo T a capacidade total do tanque, temos que $V_1 = \frac{T}{36}$ e $V_2 = \frac{T}{24}$. Utilizando a informação do problema, temos que: $\frac{T}{36} \cdot k + \frac{T}{24} \cdot (k+3) = \frac{2}{3}T$

Resolvendo a equação, temos que $k = \frac{39}{5}$.

O tempo total para encher o tanque é de $k + k + 3 = 2k + 3 = \frac{93}{5}$ min.

Em horas, temos $\frac{93}{5 \cdot 60} = \frac{31}{100}$ hora.

09) Analise as proposições abaixo.

I) Uma jarra cheia de leite pesa 235 dag; com $\frac{3}{4}$ de leite jarra pesa 19,5 hg. O peso da jarra com $\frac{5}{8}$ de leite é y gramas.
A soma dos algarismos de y é igual a 13

II) Com $\frac{3}{5}$ de 0,6 da metade de 1 lata que comporta 2$\boxed{0}$ de tinta, um pintor consegue pintar uma área de 16 m ². Para pintar uma área 25% menor, são necessários 0,003 m³ de tinta.

III) Um pedreiro prepara uma mistura com 1 kg de cimento e 600 m□ de água. Em seguida, ele aumenta em 50% a quantidade de cimento e mexe até ficar homogênea a mistura, obtendo 1800 mℓ dessa mistura.

Se a densidade da água é 1 g/ mℓ, então a densidade do cimento é igual a 1,25 kg/ℓ.

Tem-se que

a) I, II e III são verdadeiras.
b) apenas I é verdadeira.
c) apenas II é falsa.
d) apenas I e II são falsas.

Resolução: ALTERNATIVA A

(I) Seja J o peso da jarra vazia e L o peso do leite quando a jarra está completamente cheia.

Colocando tudo em gramas, temos $\begin{cases} J+L=2350 \\ J+\frac{3}{4}L=1950 \end{cases}$**. Resolvendo, temos J = 750 e L = 1600.**

Daí, com 5/8 de leite o peso é $J+\frac{5}{8}L=750+\frac{5}{8}\cdot 1600=1750$ **gramas e** $y=1750$**. Portanto, a soma dos dígitos é igual a 1+7+5+0 = 13. (VERDADEIRO)**

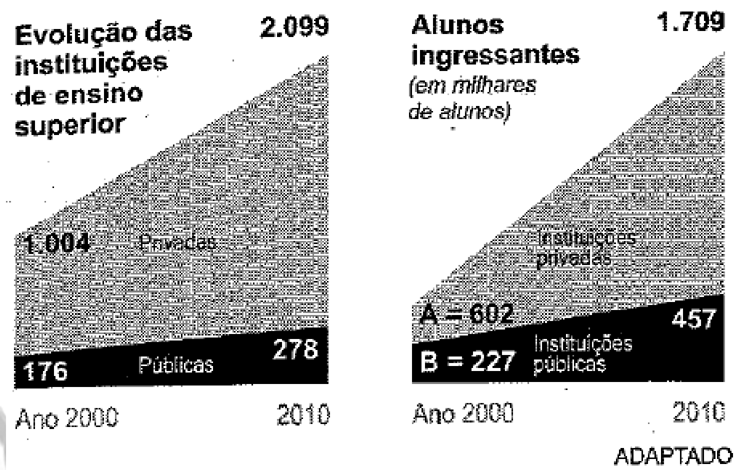
(II) Para pintar 16m², são necessários $\frac{3}{5}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{1}{2}\cdot 20=4\ell$ **de tinta.**

Para pintar uma área 25% menor, necessita-se de 25% menos de tinta, o que dá um total de 3 litros. Mudando a unidade, veja que 3 litros equivalem a 0,003m³. (VERDADEIRO)

(III) Como a mistura final contém 1800mL e a inicial contém apenas 600mL de água, temos 1200mL de cimento no fim. Então, em relação à quantidade inicial, 150% do cimento equivalem a 1200mL. Então, inicialmente tem-se 800mL de cimento com 1kg. Com isso, a densidade do cimento é $\frac{1}{0,8}=1,25\,kg/\ell$**. (VERDADEIRO)**

10) “Ensino privatizado
- 78% dos alunos brasileiros estão matriculados em instituições de ensino superior privadas.
- Nos Estados Unidos, o percentual é de 22%."

FONTE: ISTOÉ – 4/abril/12 – Ano 36, n° 2212 – p.55



Sabendo-se que os gráficos acima se referem ao Brasil, analise as afirmativas abaixo e marque V (verdadeiro) ou F (falso).

( ) o aumento do número de instituições de ensino superior privadas entre os anos 2000 e 2010 foi x%. O número x está compreendido entre 106 e 110.

( ) No período de 2000 a 2010 o crescimento no número de instituições de ensino superior públicas representa mais que a décima parte do crescimento no número de instituições de ensino superior privadas.

( ) No ano de 2010, o número de alunos ingressantes no ensino superior privado representa mais de 360% do número de alunos ingressantes no superior público.

( ) A - B representa mais de 65% de A.

A sequência correta é

a) V-V-F-F
b) F-V-V-V
c) V-F-V-F
d) F-F-F-V

Resolução: ALTERNATIVA C

1ª afirmativa: o aumento foi de $\frac{2099-1004}{1004}=\frac{1095}{1004}\approx 1,09 = 109\%$ **(VERDADEIRO)**

2ª afirmativa:

Crescimento na públicas = 278 - 176 = 102
Crescimento nas privadas = 2099 – 1004 = 1095
102 não é mais que 109,5 (FALSO)

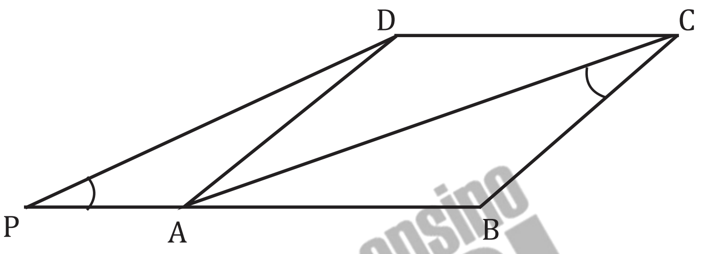
3ª afirmativa: $\frac{1709}{457}\approx 3,739 \approx 373,9\%$ **é maior que 360% (VERDADEIRO)**

4ª afirmativa:

$A-B=602-227=375$

(65% **de** A**) = 391,3 (FALSO)**

11) Seja ABCO um paralelogramo cujos lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ medem, respectivamente, 5 e $\sqrt{10}$.
Prolongando o lado $\overline{AB}$ até o ponto P, obtém-se o triângulo APD, cujo ângulo $A\hat{P}D$ é congruente ao ângulo $A\hat{C}B$, conforme a figura.



Então, a medida $\overline{AP}$ é

a) 0,2

b) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

c) 2

d) $\frac{\sqrt{10}}{5}$

Resolução: ALTERNATIVA C
Basta observar que os triângulos APD e ABC são semelhantes. Portanto, escrevemos:
$$\frac{AD}{AB}=\frac{AP}{BC}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{10}}{5}=\frac{x}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow x=2.$$

12) Analise as afirmativas seguintes e classifique-as em V (verdadeiro) ou F (falsa).

( ) Se p é um número inteiro, ímpar e p > 2, então o maior valor de x que satisfaz a inequação -p(x - p) ≥ 2(2 - x) é sempre um número ímpar.
( ) Para todo m $\in$ IR, o conjunto solução da equação 2mx-m(x+1) = 0 é S = {1}.
( ) Se a menor raiz da equação (I) x^2 + (m - 1) x - 3m = 0 e a menor raiz da equação (II) $2x^2$ + 5x - 3 = 0 são iguais, então m é a outra raiz de (I).

Tem-se a sequência correta em
a) F - F - V
b) V – V - F
c) F - V - F
d) V – F – V

Resolução: ALTERNATIVA D
I – Desenvolvendo a inequação, temos que $-p(x-p)\geq 2(2-x)\Leftrightarrow(2-p)x\geq 4-p^2$**. Como** $p>2$**, o sinal de** $2-p$ **é negativo, e portanto temos:** $x\leq\frac{4-p^2}{2-p}=2+p$**, que é sempre ímpar. (VERDADEIRO)**
II – A equação pode ser escrita como $mx=m$**, que tem conjunto solução** $S=\{1\}$ **desde que** $m\neq 0$**, caso em que a equação possui uma infinidade de soluções. (FALSO)**

III – As raízes da equação (I) $2x^2+5x-3=0$ **são** $x=-3$ **ou** $x=\frac{1}{2}$**. Logo, como a menor raiz desta equação é também raiz da equação** $x^2+(m-1)x-3m=0$**, temos que** $9+(m-1)(-3)-3m=0 \Leftrightarrow m=2$**, que é a outra raiz de (I). (VERDADEIRO)**
A ordem correta deve ser V – F – V

13) Uma empresa foi contratada para executar serviço de pintura no alojamento dos alunos do 1° ano CPCAR. O prazo estabelecido no contrato para a conclusão do serviço foi de 10 dias.
O serviço começou a ser executado por uma equipe de 6 funcionários da empresa, cada um trabalhando 6 horas por dia.
Ao final do 8° dia de serviço somente $\frac{3}{5}$ do serviço de pintura havia sido executado.
Para terminar o serviço dentro do prazo, a equipe de serviço recebeu mais 2 funcionários e todos passaram a trabalhar 9 horas por dia. Com isso a produtividade da equipe duplicou. A nova equipe, para concluir o trabalho, gastou mais de 1 dia, porém menos de 2 dias.
Se h representa o número de horas que cada funcionário da nova equipe trabalhou no 10º dia de trabalho, então h é um número compreendido entre
a) 0 e 2
b) 4 e 6
c) 2 e 4
d) 6 e 8

Resolução: ALTERNATIVA C

Seja T o trabalho.

$\frac{3}{5}T$ **é feito em** $6\cdot6\cdot8$ **horas, portanto** $\frac{1}{5}T$ **é feito em** $\frac{6\cdot6\cdot8}{3}$ **horas.**

Daí, $\frac{2}{5}T$ **seria feito em** $2\cdot\frac{6\cdot6\cdot8}{3}$ **horas.**

No entanto, como a produtividade dobrou, o tempo fica reduzido à metade e o tempo necessário é $\frac{6\cdot6\cdot8}{3}$ **horas. Como são 8 funcionários e cada um trabalha por 9 horas, a quantidade de dias necessários extras é de** $\frac{6\cdot6\cdot8}{3\cdot8\cdot9}=\frac{4}{3}$.

Isso significa que precisa-se de 1 dia a mais e, no décimo dia, deve-se trabalhar em $\frac{1}{3}$ **da carga horária.**

Como a carga horária diária é de 9 horas, temos que $h=\frac{1}{3}\cdot9=3$.

Então, *h* está entre 2 e 4.

14) Gabriel aplicou R$6500,00 a juros simples em dois bancos. No banco A, ele aplicou uma parte a 3% ao mês durante $\frac{5}{6}$ de um ano, no banco B, aplicou o restante a 3,5% ao mês, durante $\frac{3}{4}$ de um ano.
O total de juros que recebeu nas duas aplicações foi de R$2002,50.
Com base nessas informações, é correto afirmar que:
a) é possível comprar um televisor de R$3100,00 com a quantia aplicada no banco A.
b) o juro recebido com a aplicação no banco A foi menor que R$ 850,00.
c) o juro recebido com a aplicação no banco B foi maior que R$1110,00.
d) é possível comprar uma moto de R$4600,00 com a quantia recebida pela aplicação no banco B.

Resolução: ALTERNATIVA D

Sejam x **a parte aplicada no banco A e** y **a parte aplicada no banco B. Dessa forma,** $x+y=6500$ **(Equação 1).**

Os juros obtidos na aplicação em A são $J_A = x.\frac{3}{100}.\frac{5}{6}.12 = 0,3x$**.**

Os juros obtidos na aplicação em B são $J_B = y.\frac{3,5}{100}.\frac{3}{4}.12 = 0,315y$**.**

Assim, $0,3x+0,315y=2002,5$ **(Equação 2).**

Das equações 1 e 2, temos o sistema

$$\begin{cases} x+y=6500 \\ 0,3x+0,315y=2002,5 \end{cases}$$

cuja solução é $x=3000$ **e** $y=3500$**. Logo:**

- O televisor de R$ 3100 é mais caro que a parte aplicada em A.

- Os juros recebidos na aplicação em A são $0,3x = 0,3.3000 = 900 > 850$**.**

- Os juros recebidos na aplicação em B são $0,315y = 0,315.3500 = 1102,5 < 1110$**.**

- É possível comprar uma moto de R$ 4600, pois $y + 0,315y = 4602,5 > 4600$**.**

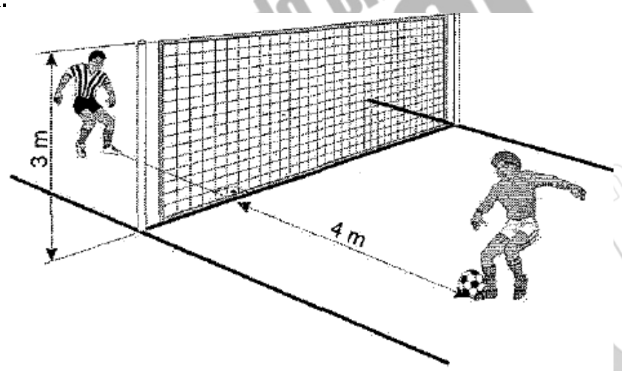
15) Pitágoras e Tales possuem hoje, cada um, certa quantia em reais. Se Pitágoras desse para Tales 50 reais, eles ficariam com a mesma quantia em reais, cada um. Porém se Tales desse para Pitágoras 100 reais, Tales passaria a ter $\frac{1}{4}$ da quantia de Pitágoras.
Dessa forma, é correto afirmar que
a) Pitágoras possui hoje, $\frac{2}{3}$ do que Tales possui.
b) a quantia que os dois possuem hoje, juntos, é menor que 600 reais.
c) Tales possui hoje, mais que 220 reais.
d) a diferença entre os valores que eles possuem hoje é menor que 100 reais.

Resolução: ALTERNATIVA B
Sejam P e T as quantias referentes a Pitágoras e Tales, respectivamente. Dos dados do problema, temos o sistema

$$\begin{cases} P-50=T+50 \\ T-100=\dfrac{1}{4}(P+100) \end{cases}$$

cuja solução é $P=300$ e $T=200$. Logo, a quantia que os dois possuem hoje, juntos, é menor que R$ 600.

16) Lucas e Mateus são apaixonados por futebol. Eles praticam futebol no quintal de casa, que é totalmente plano e possui uma rede de 3 m de altura.



Numa brincadeira, Mateus posiciona a bola a 4 m da rede e Lucas varia sua posição em lado oposto à rede, aproximando-se ou afastando-se dela, conservando uma mesma linha reta com a bola, perpendicular à rede.
Mateus lança a bola para Lucas, com um único toque na bola, até que ela atinja o chão, sem tocar a rede.
Considere um plano cartesiano em que:

- cada lançamento realizado por Mateus é descrito por uma trajetória parabólica.
- Lucas e o ponto de partida da bola estão no eixo $\overleftrightarrow{Ox}$ e
- a posição da bola é um ponto (x, y) desse plano, onde y = f(x) é a altura atingida pela bola, em metros, em relação ao chão.

Assinale, dentre as alternativas abaixo, aquela que tem a lei de uma função f que satisfaz às condições estabelecidas na brincadeira de Lucas e Mateus.

a) $f(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}2x + 4{,}8$

b) $f(x) = -\dfrac{3x^2}{16} + 3$

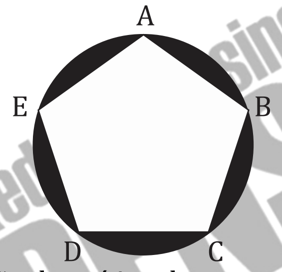
c) $f(x) = -\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{x+15}{4}$

d) $f(x) = -\dfrac{x^2}{8} + 2$

Resolução: ANULADA
Sem perda de generalidade, considere que Mateus está situado num ponto $x=m$ que é a menor raiz da parábola descrita pela bola. Para que encontremos uma equação de parábola que satisfaça as informações do problema, o valor numérico para $x=m+4$ deve ser no mínimo igual a 3, de forma que a bola ultrapasse a rede.

Como não foi dito em que posição está a origem do sistema de eixos, qualquer parábola que atenda à condição supracitada satisfaz ao problema. Portanto, a única equação que NÃO satisfaz ao problema é $f(x) = -\frac{x^2}{8} + 2$.

17) Na figura abaixo, ABCDE é um pentágono regular de lado a e $\widehat{AB} \equiv \widehat{BC} \equiv \widehat{CD} \equiv \widehat{DE} \equiv \widehat{EA}$ são arcos de circunferência cujo raio mede a



Assim, a área hachurada nessa figura, em função de **a**, é igual a:

a) $5a^2\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) $\frac{5a^2}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $\frac{a^2}{4}\left(4\pi - 5\sqrt{3}\right)$

d) $a^2\left(4\pi - 5\sqrt{3}\right)$

Resolução: ALTERNATIVA B

Basta notar que a figura é formada por cinco segmentos circulares, relativos a um setor de 60º de uma circunferência de raio a**. Portanto:**

$$S_{\text{HACHURADA}} = 5(S_{\text{SETOR}} - S_{\text{TRIÂNGULO}}) = 5\left(\frac{1}{6}\pi a^2 - \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{5a^2}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

18) Uma mãe dividiu a quantia de R$ 2100,00 entre seus três filhos de 3, 5 e 6 anos. A divisão foi feita em partes inversamente proporcionais às idades de cada um.
Dessa forma, é verdade que

a) se a divisão fosse feita em partes iguais, o filho mais velho teria sua parte acrescida de 40% em relação ao que realmente recebeu,

b) o filho mais novo recebeu 100 reais a mais que a soma dos valores recebidos pelos outros dois filhos.

c) o filho mais velho recebeu 20% a menos que o filho do meio.

d) a quantia que o filho do meio recebeu é 40% do que recebeu o mais novo.

Resolução: ALTERNATIVA A

Sejam $\frac{k}{3}, \frac{k}{5}, \frac{k}{6}$ **as quantias referentes aos filhos de 3, 5 e 6 anos, respectivamente. Logo:**

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6} = 2100 \Leftrightarrow k = 3000$$

Logo, os filhos de 3, 5 e 6 anos recebem, respectivamente, R$ 1000, R$ 600 e R$ 500.
Dessa forma, podemos garantir que, se a divisão fosse feita em partes iguais (ou seja, cada filho recebendo R$ 700), o filho mais velho teria sua parte acrescida de 40%, já que R$ 200 representa 40% de R$ 500.

19) Samuel possui 12 palitos iguais e resolveu formar um único triângulo por vez, usando os 12 palitos sem parti-los.
Ele verificou que é possível formar **x** triângulos retângulos, **y** triângulos isósceles, **z** triângulos equiláteros e **w** triângulos escalenos.
A soma x + y + z + w é igual a
a) 7
b) 6
c) 4
d) 5

Resolução: ALTERNATIVA D

Assim como na definição usual consideramos os triângulos equiláteros também como isósceles.

Como iremos utilizar os 12 palitos sem quebrá-los, precisaremos encontrar triângulos de lados inteiros cujo perímetro seja igual a 12. Sendo x, y e z os lados do triângulo, x+y+z=12 e assumindo que x ≤ y ≤ z, pela condição de existência z < x + y, podemos dizer que:

z < 12 - z => z < 6. Assim, os triângulos encontrados foram (3,4,5), (4,4,4) e (2,5,5). Logo, temos 1 Escaleno, 1 Retângulo, 2 Isósceles e 1 Equilátero. Somando, teremos 1+1+2+1 = 5.

20) Uma fábrica vende por mês 30 camisas ao preço de 25 reais cada. O custo total de cada camisa para a fábrica é de R$ 10,00.
O gerente da fábrica observou que, a cada redução de R$ 0,50 no preço unitário de cada camisa, são vendidas 5 camisas a mais.
Considerando essas observações, se a fábrica vender 150 camisas, o lucro obtido na venda de cada camisa é de y%.
O número de divisores de y é
a) 6
b) 10
c) 8
d) 12

Resolução: ALTERNATIVA C

Quantidade de Camisas	Preço/Camisa	Custo/Camisa	Lucro/Camisa	Lucro Total
30	25	10	15	30 x 15 = 450
150 (30 + 24 x 5)	25 - 24 x 0,5 = 13	10	3	150 x 3 = 450

Como o custo por camisa foi de R$10,00 e o preço de venda é de R$13,00, o lucro por camisa é de 30%. Sendo 30 = 2x3x5, o número de divisores será dado por 2x2x2 = 8.